

addition, soustraction, multiplication	2
aires	6
angles	9
division euclidienne et décimale	12
droites parallèles et perpendiculaires	15
écriture décimale et fractionnaire	20
figures usuelles et axes de symétrie	24
fraction, quotient de deux nombres	28
initiation à la démonstration	31
le pavé droit (parallélépipède rectangle)	33
ordre et repérage (nombres décimaux)	38
organisation et représentation de données	41
perimètres	44
proportionnalité	47
symétrie axiale (par rapport à une droite)	51

Addition – Soustraction – Multiplication

I) addition et soustraction :

a) l'addition

additionner, c'est **ajouter** !



$$56,4 + 25,7 = 82,1$$

- **82,1** est la **somme** de 56,4 et 25,7 : c'est le résultat de l'addition
- **56,4** et **25,7** sont les **termes** de la somme

propriété : Pour calculer une somme, on peut **changer l'ordre** des termes et les **regrouper** comme on le veut.

Ex :

$$7 + 2,4 + 3 + 2,6$$

$$= 7 + 3 + 2,4 + 2,6$$

$$= (7 + 3) + (2,4 + 2,6)$$

$$= 10 + 5$$

$$= 15$$

j'ai changé l'ordre des termes !

j'ai regroupé des termes pour faciliter les calculs !

b) la soustraction

soustraire, c'est **enlever ou retrancher** !



$$56,4 - 25,7 = 30,7$$

- **30,7** est la **différence** de 56,4 et 25,7 : c'est le résultat de la soustraction
- **56,4** et **25,7** sont les **termes** de la différence

attention ! On ne peut pas changer l'ordre des termes d'une soustraction ! On peut calculer **15 - 7** mais **pas 7 - 15** !!



c) la multiplication

J'achète 5 stylos à 1,2 € l'un. Ma dépense totale sera de :

$$1,2 + 1,2 + 1,2 + 1,2 + 1,2$$

Le résultat correspond à **5 fois le nombre 1,2**.

$$\text{Cela s'écrit } 1,2 + 1,2 + 1,2 + 1,2 + 1,2 = 5 \times 1,2 = 6 \text{ €}$$



$$5 \times 1,2 = 6$$

- **6** est le **produit** de 1,2 **par** 5
- **1,2** et **5** sont les **facteurs** du produit

propriétés :

- **Multiplier** un nombre par **10**, **100**, **1000**,... revient à décaler la virgule de 1, 2 ou 3 rangs vers la **droite**, en complétant par le nombre de zéros nécessaires.
Ex : $89 \times 100 = 8900$ $7,34 \times 10 = 73,4$ $13,2 \times 100 = 1320$
- **Multiplier** un nombre par **0,1** ; **0,01** ; **0,001**,... revient à décaler la virgule de 1, 2 ou 3 rangs vers la **gauche**, en complétant par le nombre de zéros nécessaires.
Ex : $89 \times 0,1 = 8,9$ $7,34 \times 0,01 = 0,0734$ $13,2 \times 0,1 = 1,32$

propriété : Pour calculer un produit, on peut **changer l'ordre** des facteurs et les **regrouper** comme on le veut.

Ex :

$$4 \times 35,5 \times 2,5$$

$$= 4 \times 2,5 \times 35,5$$

$$= (4 \times 2,5) \times 35,5$$

$$= 10 \times 35,5$$

$$= 355$$

j'ai changé l'ordre des facteurs !

j'ai regroupé des facteurs pour faciliter les calculs !

II) Ordre de grandeur :

Je dois annoncer à la radio l'augmentation du prix moyen du kilogramme d'abricots qui est passé de 1,97 € à 3,52 € !

Pour ne pas lasser l'auditeur avec des nombres compliqués, je vais donner **une valeur approximative** du résultat.

Le kilogramme valait *environ* 2 € (j'ai arrondi 1,97)

Le kilogramme vaut maintenant *environ* 3,5 € (j'ai négligé les centièmes)

Je calcule mentalement une augmentation égale à *environ* :
(3,5 – 2) soit 1,5 €

1,5 € est un ordre de grandeur du résultat



Ex:

Donnons un **ordre de grandeur** de $3044,67 + 9887,76$:

$3044,67 + 9887,76$ est égal à environ $3000 + 10000$ soit environ **13000**

Donnons un **ordre de grandeur** de $9887,76 - 3044,67$:

$9887,76 - 3044,67$ est égal à environ $10000 - 3000$ soit environ **7000**

Donnons un **ordre de grandeur** de $1,96 \times 3,2$:

$1,96 \times 3,2$ est égal à environ 2×3 soit environ **6**

III) Priorité de la multiplication et de la division par rapport à l'addition et la soustraction :

a) expression sans parenthèses :

$$5 + 9 - 7 + 19 - 2 = 24$$

$$14 - 7 + 19 - 2$$

$$7 + 19 - 2$$

$$26 - 2$$

$$24$$

Règle : dans une expression comprenant **uniquement** des **additions et des soustractions**, on effectue les calculs de **gauche à droite**.

$$5 \times 9 - 4 + 3 \times 2 - 5 = 42$$

$$45 - 4 + 6 - 5$$

$$41 + 6 - 5$$

$$42$$

Règle : dans une expression sans parenthèses, on effectue **les multiplications et les divisions avant les additions et les soustractions**.

$$5 \times 9 - 4 : 2 + 6 = 49$$

$$45 - 2 + 6$$

$$49$$

Il n'y a plus que des additions et des soustractions, j'effectue les calculs de gauche à droite !



b) expression avec parenthèses :

$$[45 - (7 + 3)] \times (7 - 5) = 70$$

$$(45 - 10) \times 2$$

$$35 \times 2$$

$$70$$

Règle : dans une expression comprenant des parenthèses, on effectue **d'abord les calculs entre parenthèses en commençant par les plus "intérieures"**

Ex : calculer les expressions suivantes

$$17 - 6 + 4 - 2$$

$$= 11 + 4 - 2$$

$$= 15 - 2$$

$$= 13$$

j'effectue les calculs de gauche à droite !



$$24 - 2 \times 6 + 20 : 4 \times 5$$

$$= 24 - 12 + 25$$

$$= 12 + 25$$

$$= 37$$

pas de parenthèses, je commence par les multiplications et les divisions !



$$19 - [42 : (3 + 4)]$$

$$= 19 - (42 : 7)$$

$$= 19 - 6$$

$$= 13$$

je commence par les calculs entre parenthèses !



IV) Additionner, soustraire des durées :

rappel :

1 jour = 24 heures = 24 h; 1 h = 60 minutes = 60 min; 1 min = 60 secondes = 60 s

Ex : 2 h 35 min + 4 h 21 min =

On ajoute les heures aux heures et les minutes aux minutes !



$$\begin{array}{r} 2 \text{ h } 35 \text{ min} \\ + 4 \text{ h } 41 \text{ min} \\ \hline 6 \text{ h } 76 \text{ min} \end{array} \quad \text{or, } 76 \text{ min} = 60 \text{ min} + 16 \text{ min} = 1 \text{ h } 16 \text{ min}$$

donc 2 h 35 min + 4 h 21 min = 7 h 16 min

Ex : 5 h 16 min – 2 h 51 min =

$$\begin{array}{r} 5 \text{ h } 16 \text{ min} \\ - 2 \text{ h } 51 \text{ min} \\ \hline \text{-----} \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 4 \text{ h } 76 \text{ min} \\ - 2 \text{ h } 51 \text{ min} \\ \hline 2 \text{ h } 25 \text{ min} \end{array}$$

On ne peut pas enlever 51 à 16, on convertit donc 5 h 16 min en 4 h 76 min !



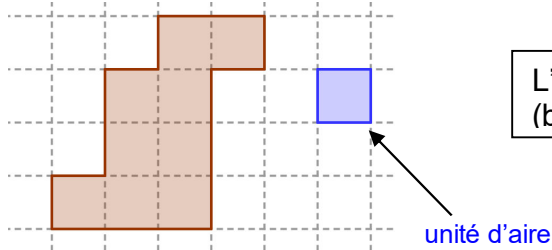
donc 5 h 16 min – 2 h 51 min = 2 h 25 min

Aires

I) Aire d'une figure :

définition : L'aire d'une figure est la mesure de sa surface.

Ex :



L'aire de la surface du polygone (brun) est 9 unités d'aire.

II) Unités d'aires :

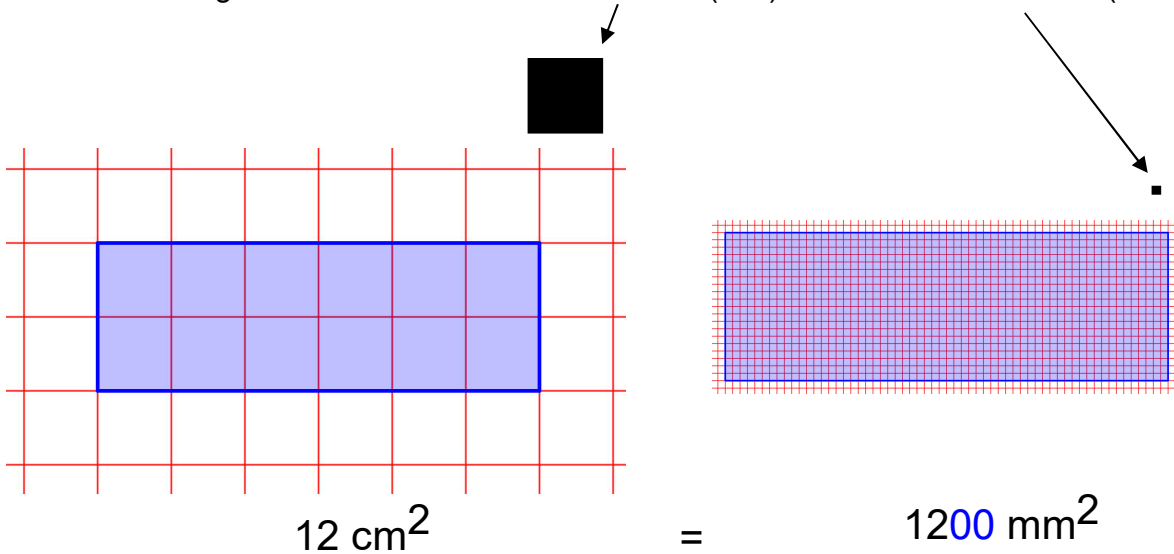
L'unité d'aire utilisée a la forme d'un carré.

L'unité d'aire officielle (système international) est le mètre carré (on le note m^2)

Il existe d'autres unités d'aire :

Ex :

Aire du rectangle en utilisant le centimètre carré (cm^2) ou le millimètre carré (mm^2)



kilomètre carré km^2	hectomètre carré hm^2	décamètre carré dam^2	mètre carré m^2	décimètre carré dm^2	centimètre carré cm^2	millimètre carré mm^2
		ha	a			
			5 8 9 0			
0	0	7	9 4			

$$58,9 \text{ dam}^2 = 5890 \text{ m}^2$$

$$7,94 \text{ hm}^2 = 0,0794 \text{ km}^2$$

L'aire d'un terrain peut s'exprimer en **hectares** (ha) ou en **ares** (a)
 $1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2 = 10\,000 \text{ m}^2$ $1 \text{ a} = 1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2$ »

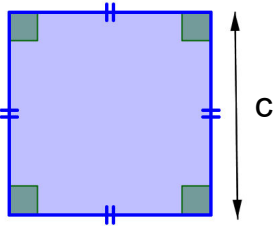
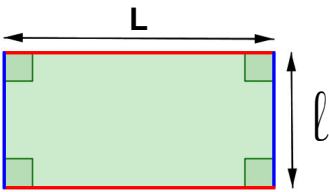


Ex : $58,9 \text{ dam}^2 = 0,589 \text{ ha} = 58,9 \text{ a}$

$7,94 \text{ hm}^2 = 7,94 \text{ ha} = 794 \text{ a}$

III) Formules d'aires :

a) aire du rectangle et du carré :

	Carré	Rectangle
		
Aire $\mathcal{A}$	$\mathcal{A} = c \times c$	$\mathcal{A} = L \times l$
Exemples	Aire d'un carré de 2,2 cm de côté : $\mathcal{A} = 2,2 \times 2,2 = 4,84 \text{ cm}^2$	Aire d'un rectangle de longueur 4cm et de largeur 3,2 cm : $\mathcal{A} = 4 \times 3,2 = 12,8 \text{ cm}^2$

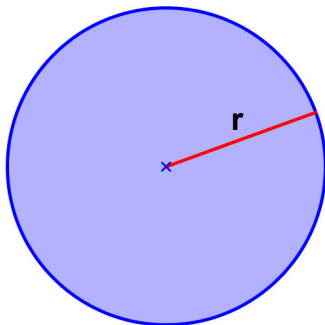
b) aire de triangles:

hauteur du triangle correspondant au côté violet

	Triangle rectangle	Triangle (cas général)
Aire $\mathcal{A}$	$\mathcal{A} = \frac{a \times b}{2}$	$\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$
Exemples		
	$\mathcal{A} = \frac{4 \times 2,6}{2} = 5,2 \text{ cm}^2$	$\mathcal{A} = \frac{4,3 \times 2}{2} = 4,3 \text{ cm}^2$

c) aire d'un disque:

Soit un disque de rayon r



L'aire du disque est :

$$\mathcal{A} = \pi \times r \times r$$

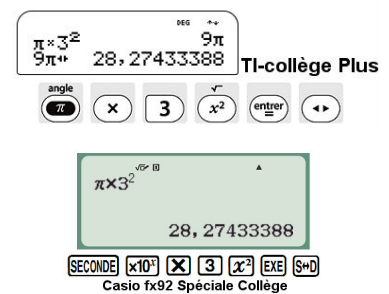
« le produit $r \times r$ peut s'écrire r^2
(r au carré) ! » $\mathcal{A} = \pi \times r^2$



Ex : Calculons l'aire d'un disque de rayon 3 cm

$$\mathcal{A} = \pi \times 3^2 = 9\pi \approx 3,14 \times 9 \approx 28,27 \text{ cm}^2$$

9π est la valeur exacte de l'aire en cm^2
28,27 en est une valeur approchée !



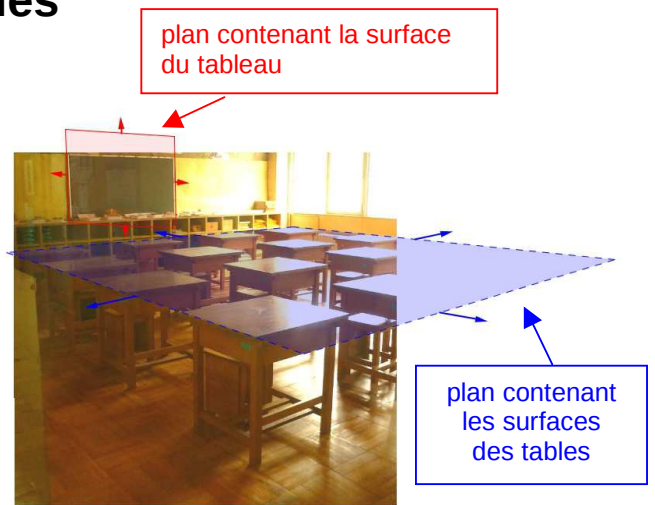
Angles

Rappels :

définitions :

- un **plan** est une **surface plane illimitée** dans **toutes les directions**.

Les surfaces des tables identiques de la classe voisine sont aussi contenues dans le plan bleu. Le plan est **illimité dans toutes les directions** !

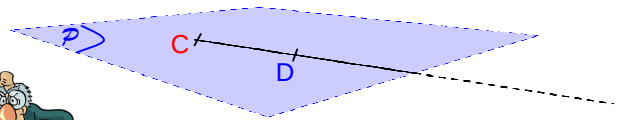


- une **demi-droite** est une **ligne droite illimitée** dans **une direction**



La demi-droite se note **[AB]**

On met **un crochet** du côté de **A** car ce n'est pas illimité dans sa direction. On met **une parenthèse** du côté de **B** pour montrer que c'est illimité dans la direction de B !



Nous travaillerons le plus souvent dans un plan (celui de notre feuille!). Nous n'aurons pas besoin de représenter des demi-droites dans d'autres plans comme dans le plan **P** ci-dessus

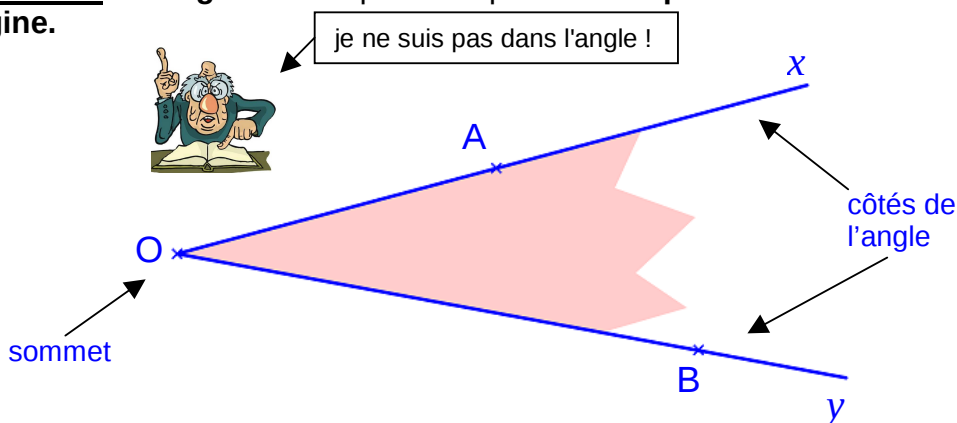
A est l'**origine** de la demi-droite **[AB]**

On peut aussi noter la demi-droite **[A x]**

x n'est pas un point, c'est une lettre en minuscule permettant seulement d'indiquer la direction dans laquelle la demi-droite est illimitée !

1) Notion d'angle - vocabulaire :

définition : Un **angle** est une partie du plan limitée par deux demi-droites de même origine.



je suis dans l'angle !

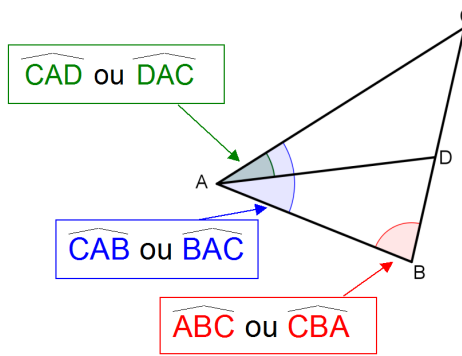


- O** est le **sommet** de l'angle coloré en rose
- [Ox]** et **[Oy]** sont **les côtés** de l'angle
- L'angle se note $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOA}$, $\widehat{xOy}$ ou encore $\widehat{yOx}$

La lettre du milieu indique le sommet de l'angle !

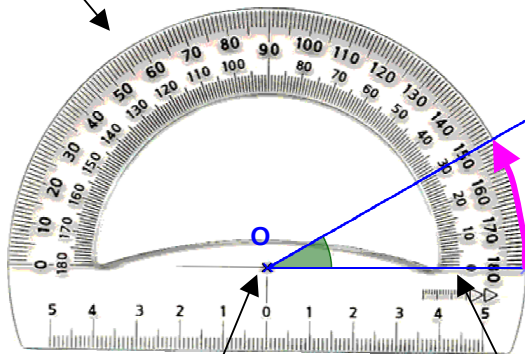


Ex :
notation d'angles sur une figure



II) Mesures d'angles:

rapporteur semi-circulaire



$$\widehat{AOB} = 30^\circ$$

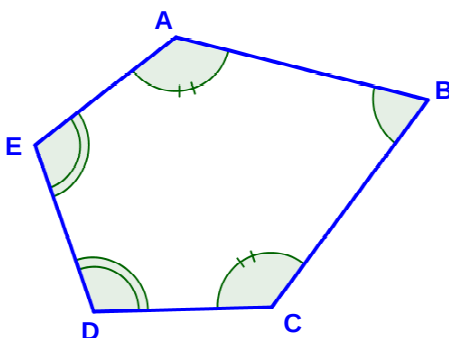
° se lit « degré ». Le degré est l'unité de mesure d'un angle.
L'angle $\widehat{AOB}$ a pour mesure 30 degrés.



attention à choisir le bon côté de l'angle !
Le sens de la graduation doit être le même que celui de l'ouverture de l'angle !

- Le **centre du rapporteur** (indiqué par une croix ou un trou sur le rapporteur !) doit être exactement **sur le sommet de l'angle**.
- On place une **graduation 0 du rapporteur** sur **un des côtés de l'angle**.

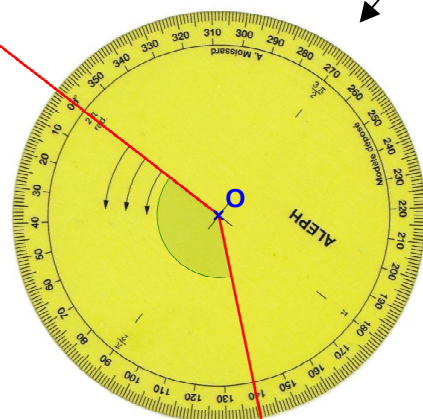
On peut **coder des angles** pour montrer qu'ils ont **la même mesure** :



Ici, $\widehat{EDC} = \widehat{DEA}$ et $\widehat{EAB} = \widehat{DCB}$

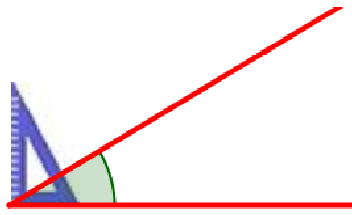


rapporteur circulaire



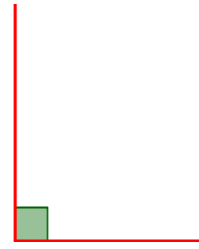
$$\widehat{xOy} = 140^\circ$$

angles particuliers :



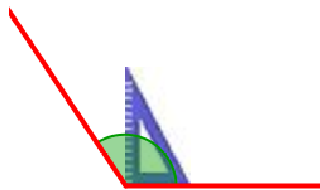
angle aigu

sa mesure est comprise entre
0 et 90°



angle droit

sa mesure est égale à 90°



angle obtus

sa mesure est comprise entre
90° et 180°

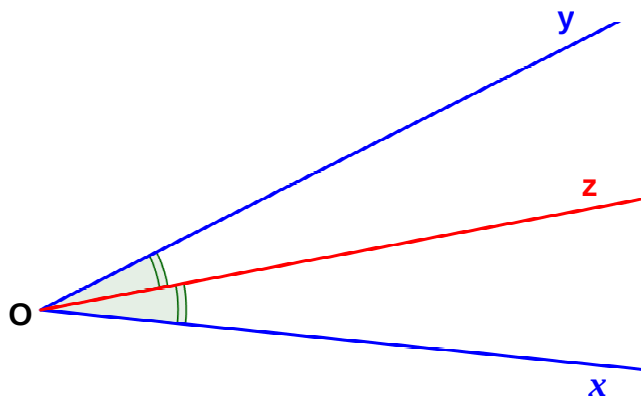


angle plat

sa mesure est égale à 180°

III) Bissectrice d'un angle :

définition : la **bissectrice** d'un angle est la **demi-droite** qui **partage** cet angle en **deux angles de même mesure**.



[Oz) est la **bissectrice** de **xOy**

$$\widehat{yOz} = \widehat{zOx} = \frac{\widehat{yOx}}{2}$$

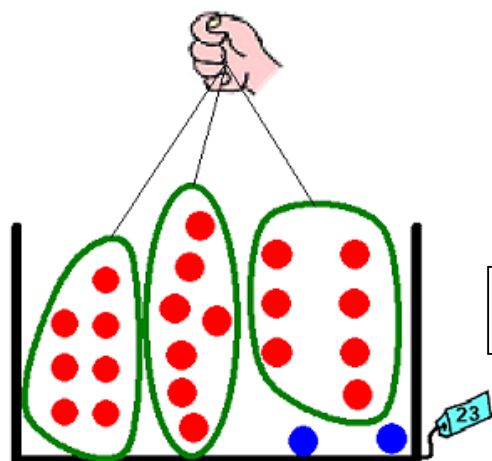
division euclidienne - division décimale

I) Division euclidienne :

définition : Faire la **division euclidienne** d'un nombre A (**le dividende**) par un nombre B (**le diviseur**) consiste à **soustraire le plus grand nombre de fois (le quotient)** possible le nombre B (**le diviseur**) du nombre A (**le dividende**).

- **dividende** = **diviseur** x **quotient** + **reste**
- le reste est toujours inférieur au diviseur : **reste** < **diviseur**

Illustration : On réalise la division euclidienne de 23 par 7
7 est le **diviseur** 3 est le **quotient** 2 est le **reste**



je peux soustraire au maximum 3 fois 7 à 23 !

$$23 = 7 \times 3 + 2$$

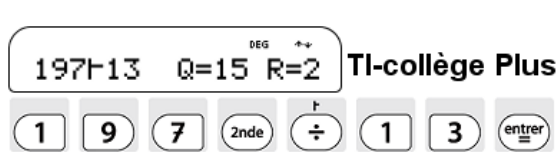
le reste est forcément inférieur à 7 sinon j'aurais fait davantage de paquets ! (ici $2 < 7$)



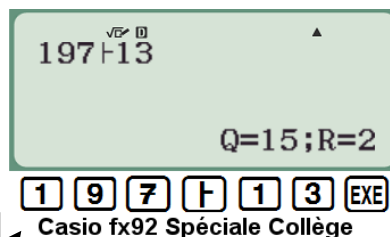
voici l'opération posée

dividende	23	diviseur	7
	- 21		3
reste	2	quotient	

Ex : On réalise la division euclidienne de 197 par 13



avec la calculatrice



$$\begin{array}{r} 197 \\ -13 \\ \hline 67 \\ -65 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 13 \\ 15 \end{array}$$

$$197 = 13 \times 15 + 2 \text{ et } 2 < 13$$

Le **quotient** de la division euclidienne de 197 par 13 est 15 et le reste est 2

II) Multiples et diviseurs :

Si on réalise la division euclidienne de 21 par 7, on obtient :

$$21 = 7 \times 3 + 0 = 7 \times 3$$

Le reste est égal à 0 !
La division tombe «juste» !



On peut dire alors que :

- 21 est un **multiple** de 7 (également de 3)
- 7 et 3 sont des **diviseurs** de 21
- 21 est **divisible** par 7 et 3

attention, «diviseur» a 2 significations :

- 3 est le **diviseur de la division euclidienne** de 7 par 3, $7 = 3 \times 2 + 1$
- 3 est un **diviseur** de 12 car $12 = 3 \times 4$

III) Critères de divisibilité :

Un nombre entier est **divisible**

- **par 2** s'il se **termine** par 0, 2, 4, 6 ou 8
ex : 758 , 976

- **par 4** si ses deux derniers chiffres forment **un multiple de 4**

ex : 716

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \boxed{4 \times 4} \end{array}$$

408

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \boxed{4 \times 2} \end{array}$$

624

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \boxed{4 \times 6} \end{array}$$

- **par 5** s'il se **termine** par 0 ou 5
ex : 750 , 975 , 895

- **par 3** si la **somme de ses chiffres** est **un multiple de 3**

ex : 750

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \boxed{7 + 5 + 0 = 12 = 3 \times 4} \end{array}$$

951

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \boxed{9 + 5 + 1 = 15 = 3 \times 5} \end{array}$$

- **par 9** si la **somme de ses chiffres** est **un multiple de 9**

ex : 756

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \boxed{7 + 5 + 6 = 18 = 9 \times 2} \end{array}$$

9981

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \boxed{9 + 9 + 8 + 1 = 27 = 9 \times 3} \end{array}$$

- **par 10** s'il se **termine** par 0
ex : 4850 , 720 , 660

IV) Division décimale :

définition : La division décimale permet d'obtenir la **valeur exacte** ou **approchée** du quotient de deux nombres.

$$\begin{array}{r} 8,56 \\ - 8 \\ \hline 05 \\ - 4 \\ \hline 16 \\ - 16 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \hline 2,14 \end{array}$$

$$8,56 : 4 = 2,14$$

2,14 est la **valeur exacte** de 8,56 par 4

$$\begin{array}{r} 8,9 \\ - 7 \\ \hline 19 \\ - 14 \\ \hline 50 \\ - 49 \\ \hline 10 \\ - 7 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ \hline 1,271... \end{array}$$

$$8,9 : 7 \approx 1,27$$

1,27 est une **valeur approchée au centième près** du quotient de 8,9 par 7

$8,9 : 7 \approx 1,27$ se lit « 8,9 divisé par 7 **est environ égal** à 1,27 »



avec la calculatrice

TI-collège Plus

8,9 : 7 = 1,271428571

8 9 ÷ 7 entrer

1,271428571

8,9 ÷ 7

89 ÷ 70

8 9 ÷ 7 EXE

Casio fx92 Spéciale Collège

89 ÷ 70

1,271428571

S+D

Remarque : diviser un nombre par 10 revient à le multiplier par 0,1

Diviser un nombre par 10 ; 100 ; 1000,...revient à décaler la virgule de 1, 2 ou 3 rangs vers la **gauche**, en complétant par le nombre de zéros nécessaires.

Ex. : $47 : 10 = 4,7$

$7,45 : 100 = 0,0745$

$46,7 : 100 = 0,467$

Droites parallèles et perpendiculaires

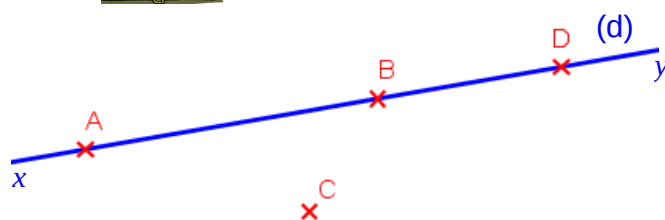
I) Points, droites, segments, demi-droites :

a) vocabulaire, tracés, notations :

	Point	Droite	Segment	Demi-droite
Tracé				
Remarque	deux lignes qui se croisent définissent un point (d'où la croix)	une droite est « illimitée » dans les deux directions	un segment est une portion de droite limitée par deux extrémités (ici, A et B)	une demi-droite est « illimitée » dans une seule direction.
Notation	A, B, C	(AB) ou (d)	[AB]	[AB) ou [Ax)



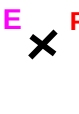
x est une lettre en minuscule permettant d'indiquer une direction dans le cas d'une droite ou une demi-droite. Ce n'est pas un point !



(d) peut se nommer (AB) ou (BD) ou (AD) ou (xy)
 « D appartient à la droite (AB) » se note $D \in (AB)$.
 « C n'appartient pas à la droite (AB) » se note $C \notin (AB)$.
 A, B, D sont sur une même droite. Ils sont alignés.



j'ai nommé ce point "E" !



moi, je l'ai nommé "F" !



E et F sont deux points confondus.
 E et G sont deux points distincts (ils ne sont pas confondus !)

b) distance entre deux points :

définition : la **distance entre deux points** est la **longueur du segment** joignant ces deux points



C'est le plus court chemin pour aller d'un point à l'autre !!



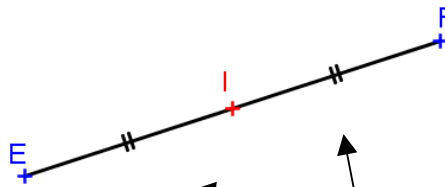
La distance entre A et B est égale à 4,7 cm. On note $AB = 4,7$ cm

c) milieu d'un segment :

définition : le **milieu d'un segment** est le point qui **partage** le segment **en deux segments de même longueur**

Ex : I est le **milieu** du segment [EF]

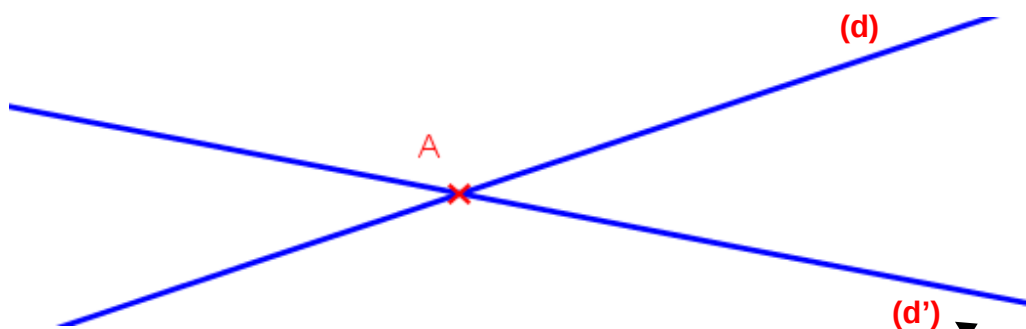
$I \in [EF]$ et $IF = IE$



ce codage sert à montrer sur la figure que $IF = IE$!

II) Droites sécantes - Droites perpendiculaires :

définition : deux droites **sécantes** sont deux droites ayant **un seul point commun**.



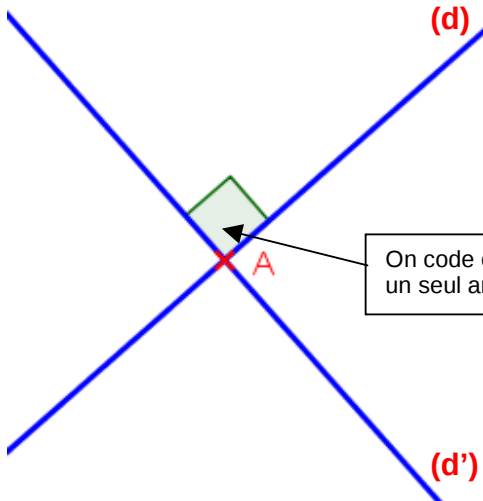
(d) et (d') sont **sécantes en A**.
A est le **point d'intersection** de (d) et (d')



(d') se lit « d prime »

définition : deux droites **perpendiculaires** sont deux droites sécantes qui forment 4 angles droits.

Ex :



On code en signalant un seul angle droit !

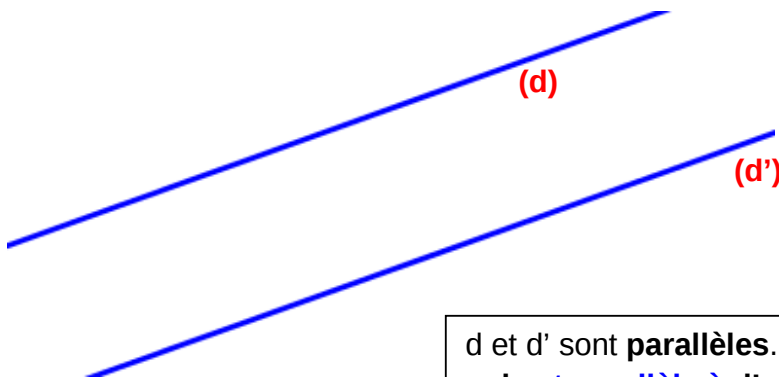


d et d' sont perpendiculaires en A
« d est perpendiculaire à d' » se note $(d) \perp (d')$.

III) Droites parallèles :

définition : deux droites **parallèles** sont deux droites qui ne sont pas sécantes.

Ex :



d et d' sont **parallèles**.
« d est parallèle à d' » se note $(d) \parallel (d')$.

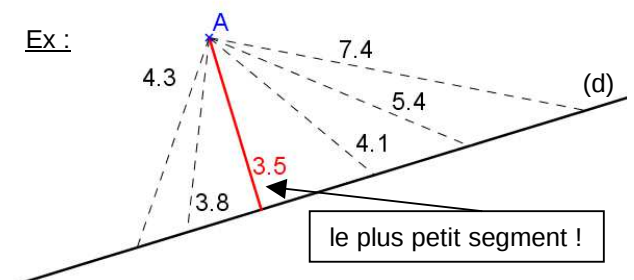
Deux droites « **confondues** » sont donc aussi deux droites parallèles!



IV) Distance d'un point à une droite :

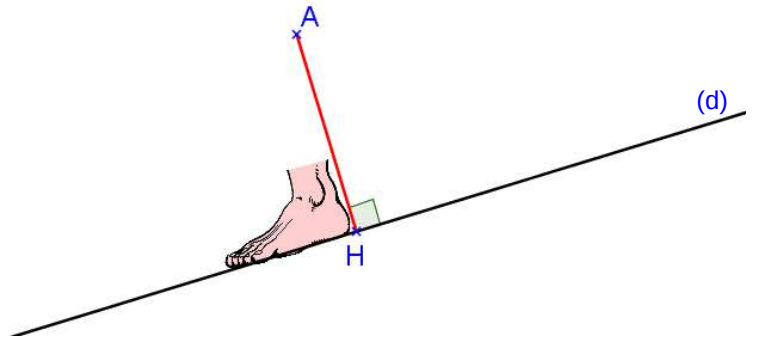
définition : la distance d'un point à une droite est la longueur du plus petit segment joignant ce point à un point de la droite.

Ex :



propriété : la distance d'un point A à une droite (d) est la longueur du segment joignant le point A au pied de la perpendiculaire à (d) passant par A.

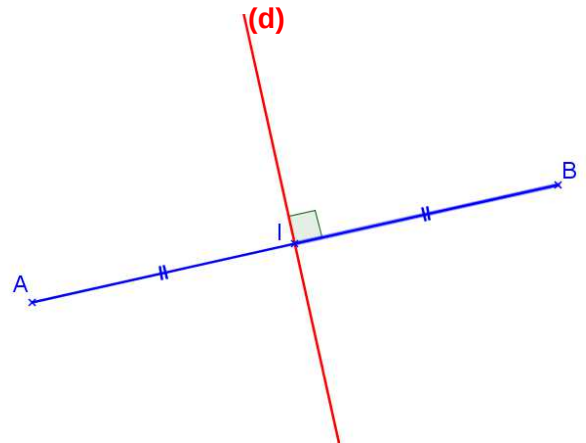
Ex : H est le pied de la perpendiculaire (à) d passant par A.
La distance de A à la droite (d) est AH (longueur du segment [AH])



V) Médiatrice d'un segment :

définition : la médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et qui passe par le milieu du segment.

Ex :
(d) est perpendiculaire à [AB] et passe par le milieu I du segment [AB]
donc (d) est la médiatrice du segment [AB].



VI) Deux propriétés:

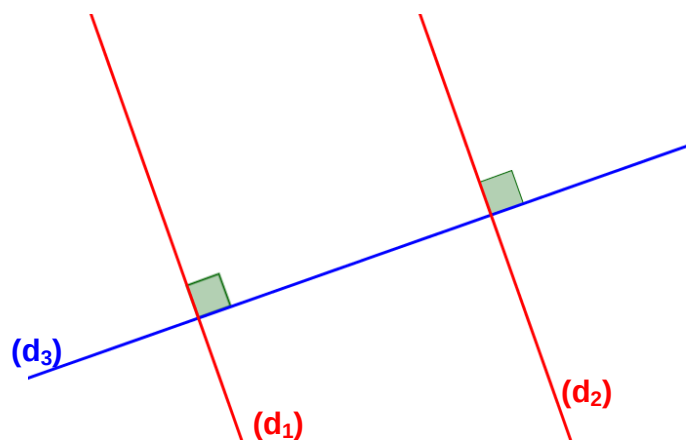
propriété :

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.

Ex :

on sait que $(d_3) \perp (d_1)$ et $(d_3) \perp (d_2)$

donc, d'après la propriété, $(d_1) \parallel (d_2)$



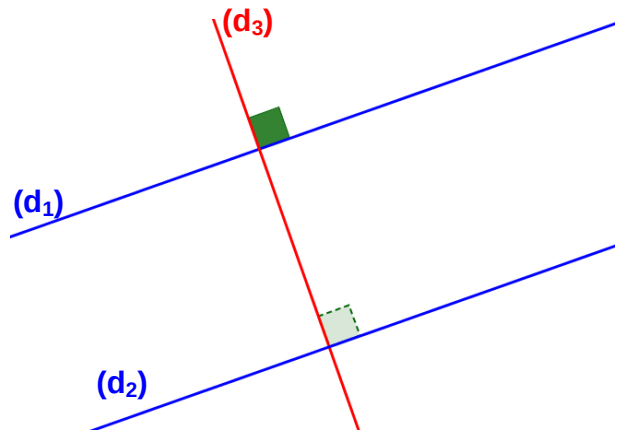
propriété :

Si **deux** droites sont **parallèles**, alors **toute** droite **perpendiculaire** à l'une est **perpendiculaire** à l'autre.

Ex :

on sait que $(d_1) \parallel (d_2)$ et $(d_3) \perp (d_1)$

donc, d'après la propriété, $(d_3) \perp (d_2)$



Nombres entiers - nombres décimaux

I) Nombres entiers

a) notre système de numération :

notre façon de **compter** !!!



Pour écrire les nombres, on utilise 10 symboles appelés **chiffres** :

0 – 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9

Notre système de numération est le **système décimal**.

Pour dénombrer un ensemble d'objets, on fait des paquets de 10 !

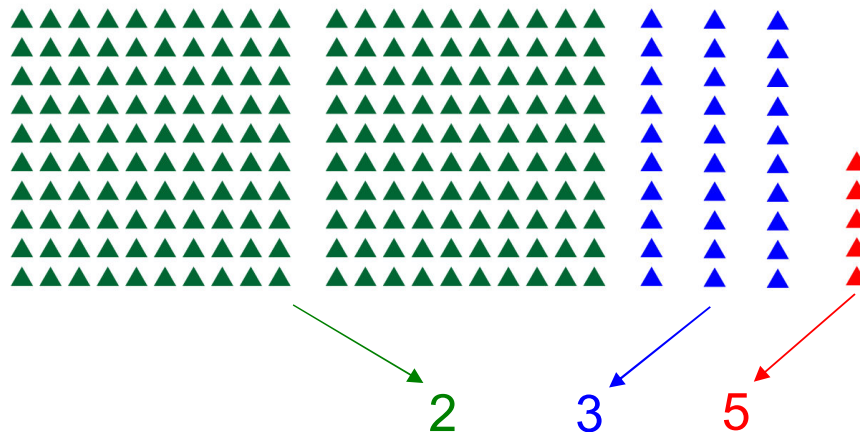


1 **dizaine** = 10 **unités**, 1 **centaine** = 10 **dizaines**, 1 **millier** = 10 **centaines** etc...

Ex:

► $235 = (2 \times 100) + (3 \times 10) + 5$

Nous avons **décomposé** le nombre 235 en indiquant à chaque fois le nombre de paquets correspondant à chaque chiffre !



L' **unité** utilisée est ce triangle. J'ai dénombré 235 triangles !



► $7277 = (7 \times 1000) + (2 \times 100) + (7 \times 10) + 7$

Le nombre **7277** s'écrit avec 2 chiffres différents. Attention, ils ont des **rangs** différents (des positions différentes) et ne signifient pas la même chose. **7** occupe le 4ème rang à partir de la droite, il est le chiffre des milliers (mille), **2** est celui des centaines, **7** est celui des dizaines, **7** est celui des unités.



b) lecture – écriture de nombres :

Pour lire les nombres, on regroupe les chiffres **par trois** à partir du chiffre des unités.

« MILLIARDS ! »			« MILLIONS ! »			« MILLE ! »			
milliards	centaines de millions	dizaines de millions	millions	centaines de mille	dizaines de mille	mille	centaines	dizaines	unités
6	7	5	4	3	2	4	9	8	8

6 754 324 988 se lit

« six–~~milliards~~–sept–cent–cinquante–quatre–~~millions~~–trois–cent–vingt–quatre–~~mille~~–neuf–cent–quatre–vingt–huit ».

attention aux règles d'écriture des nombres !

- **un trait d'union se place entre tous les mots composant le nombre.**
ex : 231 s'écrit « deux–cent–trente–et–un » 5,87 s'écrit « cinq–virgule–quatre–vingt–sept »
- **vingt et cent prennent un « s » au pluriel sauf quand ils sont suivis d'un autre nombre.**
ex : 380 s'écrit « trois–cent–quatre–vingts » 400,87 s'écrit « quatre–cents–virgule–quatre–vingt–sept »
- **million et milliard sont des noms qui s'accordent au pluriel. Mille ne s'accorde jamais.**
ex : 3 453 500 s'écrit « trois–millions–quatre–cent–cinquante–trois–mille–cinq–cents »

II) Nombres décimaux

a) notion et définition de fraction décimale :

J'ai acheté 3 plaques de chocolat aujourd'hui :

A la fin de la journée, il me reste cette quantité :



Comment l'exprimer par un nombre ?

Pour obtenir un carreau de chocolat,  on a divisé la plaque en 10 parties égales. Un carreau de chocolat correspond donc à **un dixième de l'unité** (la plaque).

Cela s'écrit $\frac{1}{10}$.

La quantité de chocolat restante est de 2 plaques auxquelles il faut ajouter trois

dixièmes de plaques. On peut l'écrire : $2 + \frac{3}{10}$

J'ai pris trois morceaux après avoir découpé l'unité en 10 parties égales, $\frac{3}{10}$ est **une fraction décimale**



Pour faciliter les calculs, les mathématiciens ont utilisé une virgule dans l'écriture d'un nombre à partir du moment où on divise l'unité.

$2 + \frac{3}{10}$ s'écrit alors plus simplement 2,3

2,3 est l'écriture décimale du nombre !

$$2,3 = 2 + 0,3$$

partie entière

partie décimale



Ex: $4,578 = 4 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{8}{1000}$

La partie entière de 4,578 est 4 et sa partie décimale est 0,578

on peut décomposer un nombre de différentes manières en utilisant des fractions décimales !

$$4,578 = \frac{45}{10} + \frac{78}{1000} = \frac{457}{100} + \frac{8}{1000}$$

définition : une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est 10 ou 100 ou 1000 etc....

Ex: $\frac{34}{100}$ est une fraction décimale
 ← dénominateur

b) définition d'un nombre décimal :

définition : un nombre est décimal s'il peut s'écrire à l'aide d'une fraction décimale ou d'une écriture décimale.

35 est un nombre entier, c'est aussi un nombre décimal !

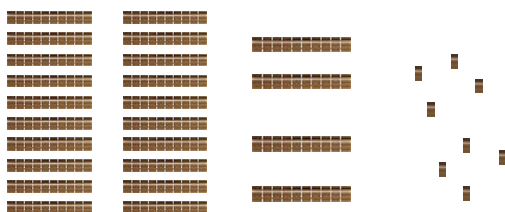
Je peux l'écrire $\frac{350}{10}$ ou 35,0.

Sa partie décimale est nulle.



Ex: le nombre décimal correspondant à 2 dizaines, 4 unités, et 8 dixièmes peut s'écrire :

► en écriture décimale : 24,8

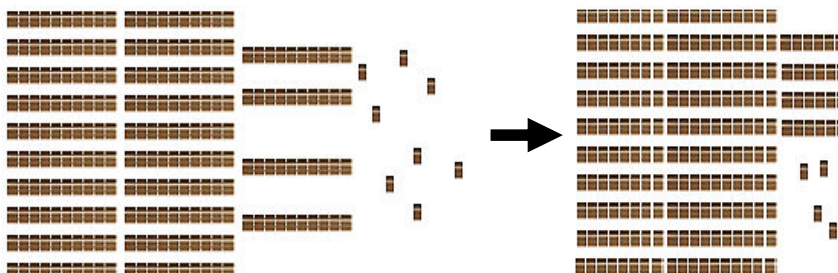


2 4 , 8

cette baquette est l'unité !!!



► en fraction décimale : $\frac{248}{10}$



2 4 , 8 = $\frac{248}{10}$

c) lecture d'un nombre décimal :

dix millions	millions	cent mille	dix mille	mille	centaines	dizaines	unités	,	dixièmes $\frac{1}{10}$ ou 0,1	centièmes $\frac{1}{100}$ ou 0,01	millièmes $\frac{1}{1000}$ ou 0,001
4	5	7	5	4	3	2	4		9	8	6

45 754 324, 986 se lit

"quarante-cinq-millions-sept-cent-cinquante-quatre-mille-trois-cent-vingt-quatre-virgule-neuf-cent-quatre-vingt-six ».

Ex: **500 371, 67** se lit "cinq-cent-mille-trois-cent-soixante-et-onze-virgule-soixante-sept"

d) écritures d'un nombre décimal :

Considérons le nombre écrit sous forme décimale 437,54

► écriture fractionnaire :

$$437,54 = \frac{43754}{100}$$

► écriture décimale décomposée :

$$437,54 = (4 \times 100) + (3 \times 10) + (7 \times 1) + (5 \times 0,1) + (4 \times 0,01)$$

► quelques autres écritures décomposées :

$$437,54 = 437 + \frac{54}{100}$$

$$437,54 = 400 + 30 + 7 + \frac{5}{10} + \frac{4}{100}$$

Figures usuelles et axes de symétrie

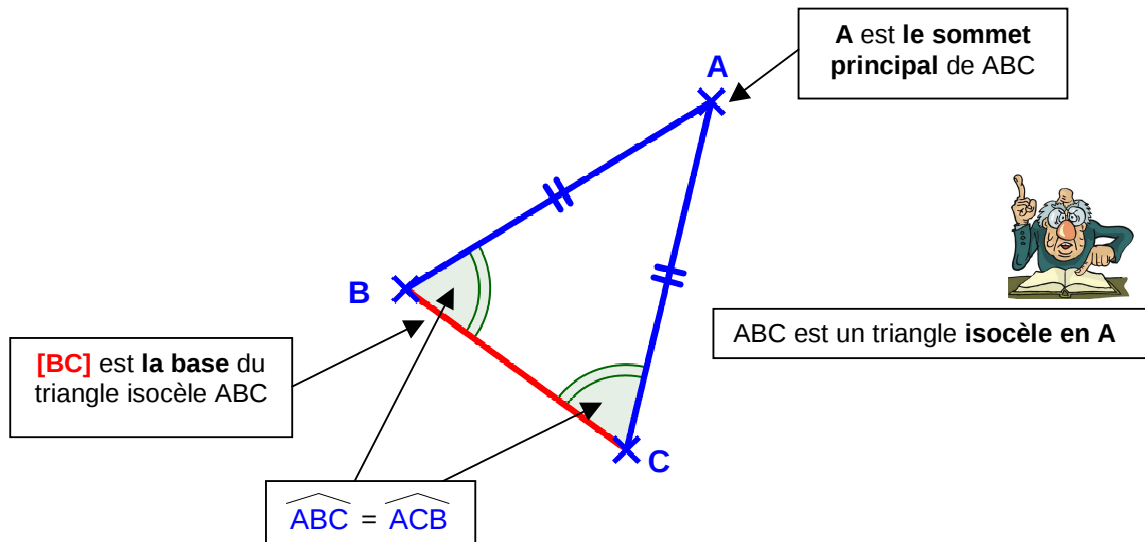
1) Triangles particuliers :

particuliers suivant leur **nature** : isocèles, équilatéraux



a) Triangle isocèle :

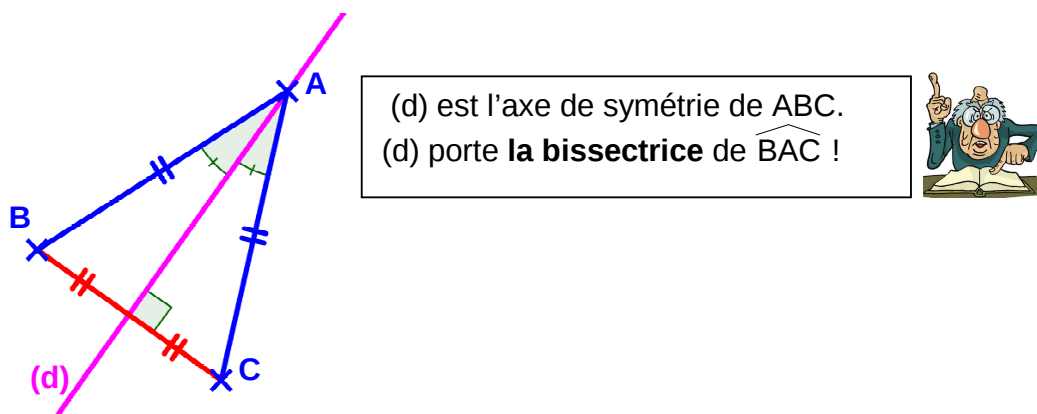
définition : un triangle **isocèle** est un triangle ayant **deux côtés de même longueur**



propriété :

Les **angles à la base** d'un triangle isocèle ont la même mesure : $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

propriété : Un triangle isocèle a un **axe de symétrie** : la **médiatrice de sa base**.

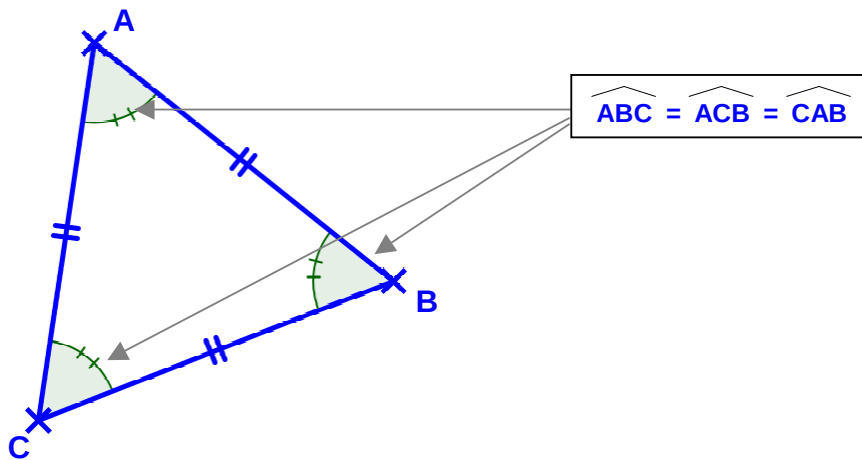


propriété : Un triangle possédant un **axe de symétrie** est **isocèle**.

b) Triangle équilatéral :

définition :

un triangle **équilatéral** est un triangle ayant **trois côtés de même longueur**.

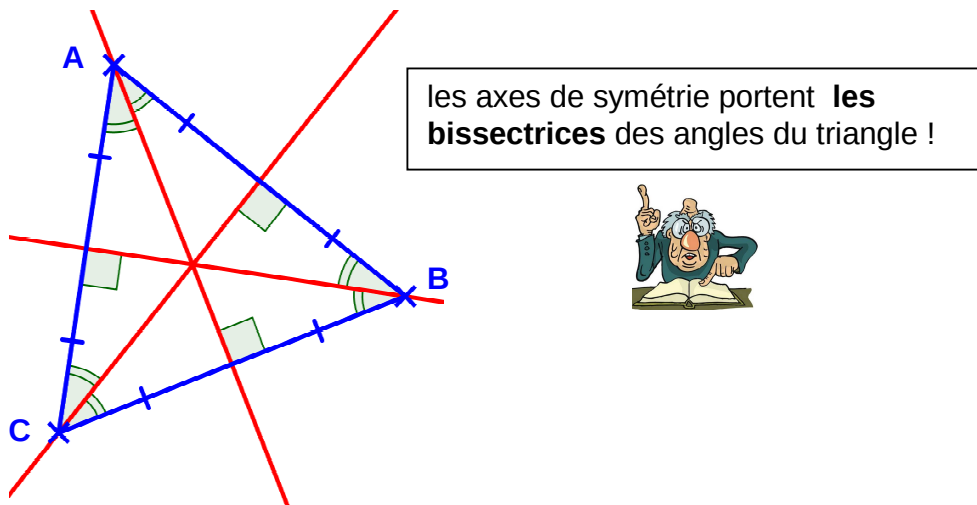


propriété :

les **angles** d'un triangle équilatéral **ABC** ont la **même mesure** : $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{CAB}$

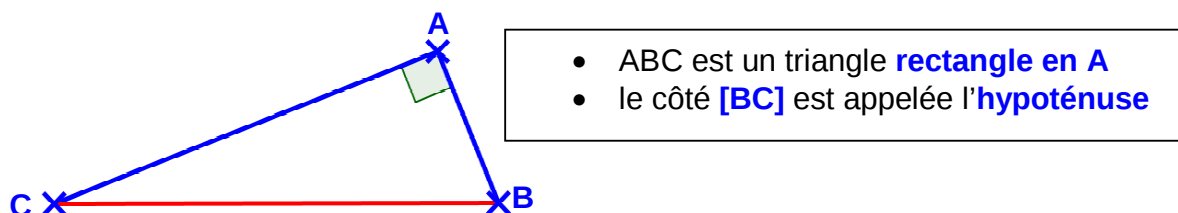
propriété :

un triangle équilatéral a trois **axes de symétrie**: les **médiatrices de ses côtés**.



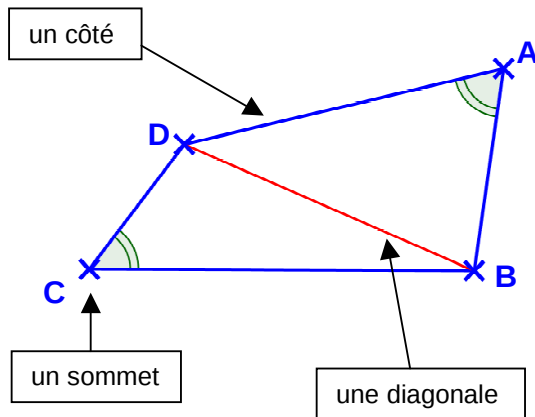
c) Triangle rectangle :

définition : un triangle **rectangle** est un triangle ayant **un angle droit**.



II) Quadrilatères particuliers :

définition : un **quadrilatère** est un polygone à 4 côtés.



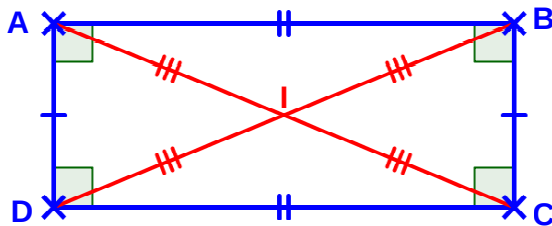
On nomme le quadrilatère en citant les **lettres dans l'ordre dans le même sens** : ABCD ou BCDA ou DCBA....

$[AB]$ et $[DC]$ sont **deux côtés opposés**

$\widehat{BAD}$ et $\widehat{DCB}$ sont **deux angles opposés**

a) Rectangle :

définition : un **rectangle** est un quadrilatère qui a **4 angles droits**.



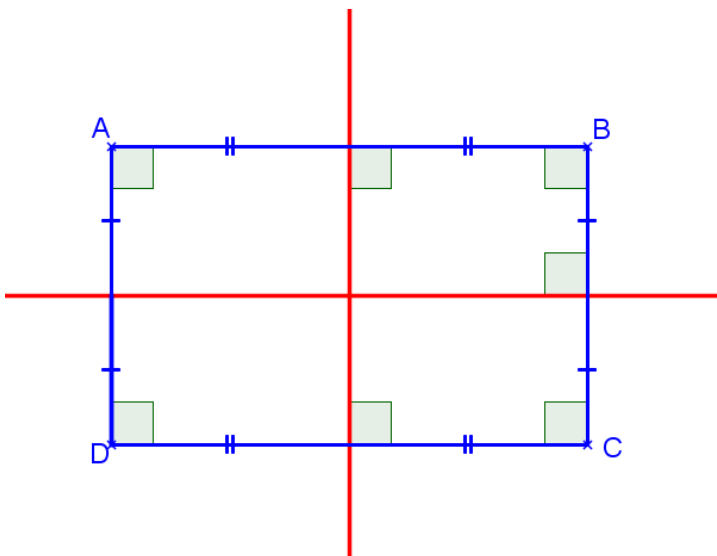
- $[AB] \parallel [DC]$ et $[AD] \parallel [BC]$
- $AB = DC$ et $AD = BC$
- $AC = BD$
- I est le milieu de $[AC]$ et $[BD]$



propriétés :

- les **côtés opposés** sont **parallèles** et de **même longueur**
- les **diagonales d'un rectangle** ont la **même longueur** et se **coupent en leur milieu**

propriété : un rectangle a deux **axes de symétrie**: les **médiatrices de ses côtés**.

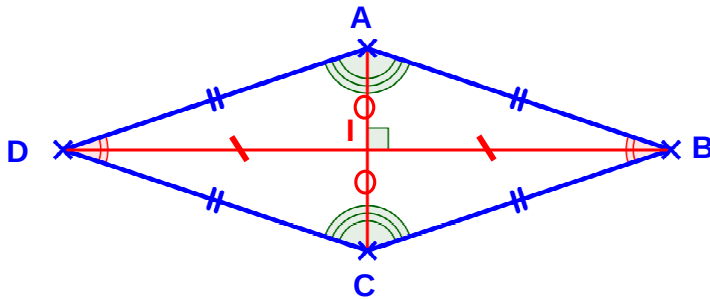


on peut aussi les nommer **médianes** du rectangle (elles passent par les milieux des côtés opposés !)



b) Losange :

définition : un **losange** est un quadrilatère qui a **4 côtés de même longueur**.



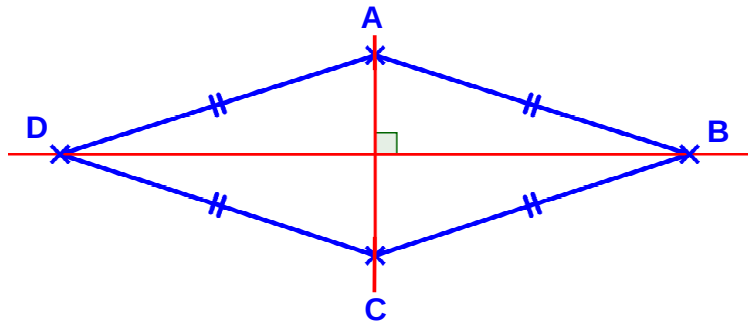
- $AB = DC = AD = BC$
- $[AC] \perp [BD]$
- I est le milieu de $[AC]$ et $[BD]$



propriétés :

- un **losange** a ses **angles opposés de même mesure**
- les **diagonales d'un losange** sont **perpendiculaires** et **se coupent en leur milieu**

propriété : un losange a deux **axes de symétrie**: ils portent les **diagonales du losange**

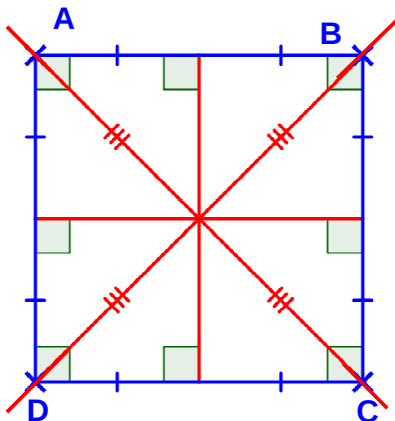


« les **bissectrices des angles** du losange portent aussi les **diagonales** ! »



b) Carré :

Un **carré** est à la fois un **rectangle** et un **losange**



Le carré a toutes les propriétés du losange et du rectangle :

- il a **4 axes de symétrie** (deux portent les diagonales, deux sont les médiatrices des côtés)
- les **côtés opposés** sont deux à deux **parallèles**
- les **diagonales** sont **perpendiculaires**, de **même longueur** et **se coupent en leur milieu**



Quotient de deux nombres - Fraction

I) Quotient - écriture fractionnaire :

- Divisons 24 par 8.

$$24 : 8 = 3$$



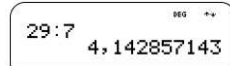
3 est le **quotient** de la division de 24 par 8.

C'est le nombre qui, multiplié par 8 donne un résultat égal à 24.

$$8 \times 3 = 24$$

- Divisons 29 par 7.

$$29 : 7 \approx 4,142857143...$$



le quotient de 29 par 7 est **environ** égal à 4,14 qui est une **valeur approchée**.
Comment l'exprimer exactement ?



Le **quotient** de 29 par 7 est le **nombre** qui, multiplié par 7, donne un résultat égal à 29.

$7 \times \text{..?..} = 29$. On pourrait l'écrire $(29 : 7)$.

On aurait donc : $7 \times (29 : 7) = 29$.

On préfère simplifier l'écriture $(29 : 7)$ en $\frac{29}{7}$

c'est une **écriture fractionnaire**



La valeur exacte du quotient de 29 par 7 peut donc s'écrire $\frac{29}{7}$

définition : Soient a et b deux nombres avec **b différent de 0**.
Le **quotient de a par b** est le nombre qui, **multiplié par b, donne a**.

Il a pour écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$

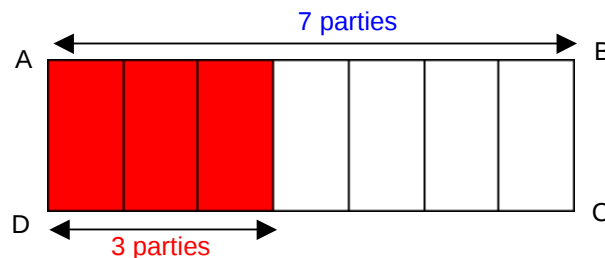
attention, on ne peut pas
diviser un nombre par 0 !!
Un nombre multiplié par 0
donne toujours 0 !



II) Partage :

On peut utiliser l'écriture fractionnaire pour nommer des partages.

- On a divisé un rectangle ABCD en **7 parties égales**



La partie colorée représente $\frac{3}{7}$ (trois septièmes) du rectangle ABCD

3 et 7 sont des nombres entiers, le quotient $\frac{3}{7}$ est appelé **une fraction**.

7 est le **dénominateur de la fraction** (nombre total de parts égales)

3 est le **numérateur de la fraction** (nombre de parts colorées)

définition : Soient a et b deux nombres **entiers** avec **b différent de 0**.

Le quotient $\frac{a}{b}$ est appelé **une fraction**.

a est le **numérateur** de la fraction (nombre de parts utilisées)

b est le **dénominateur** de la fraction (nombre total de parts égales)

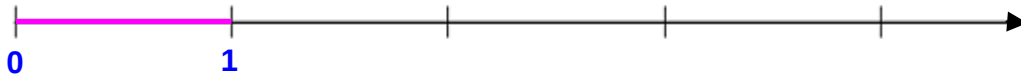
$\frac{43,5}{14}$ n'est pas une fraction,
 $\frac{475}{37}$ en est une !



remarques : $\frac{2}{3}$ se lit « deux tiers », $\frac{3}{4}$ se lit « trois quarts », $\frac{1}{2}$ se lit « un demi »

III) Fractions et demi-droite graduée :

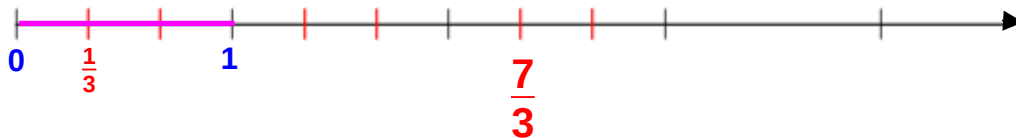
On veut placer $\frac{7}{3}$ sur cette droite graduée



On partage l'unité en trois parties égales



on reporte 7 fois la longueur correspondant au tiers de l'unité



IV) Fractions égales :

propriété : Si on **multiplie** (ou si on **divise**) le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre non nul, la fraction ne change pas.

Ex:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{4 \times 5}{7 \times 5} = \frac{20}{35}$$

$$\frac{6}{21} = \frac{6 : 3}{21 : 3} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{35}{49} = \frac{35 : 7}{49 : 7} = \frac{5}{7}$$

- On peut parfois simplifier une fraction !

exemple : $\frac{60}{25} = \frac{60 : 5}{25 : 5} = \frac{12}{5}$ ou $\frac{60}{25} = \frac{\cancel{5} \times 12}{\cancel{5} \times 5} =$



supprimer ce nombre au
numérateur et au dénominateur
revient à faire la division !!!

V) Prendre la fraction d'une quantité :

Propriété : Prendre une fraction d'une quantité revient à multiplier la fraction par cette quantité

Ex : Dans une classe de 24 élèves, $\frac{2}{3}$ des élèves sont externes.

Le nombre d'élèves externes est donc égal à $\frac{2}{3} \times 24$

Pour calculer $\frac{2}{3} \times 24$:

- **méthode 1** : on peut commencer par la multiplication puis faire la division

$$\frac{2}{3} \times 24 = (2 \times 24) : 3 = 48 : 3 = 16$$

- **méthode 2** : on peut commencer par la division puis faire la multiplication

$$\frac{2}{3} \times 24 = (24 : 3) \times 2 = 8 \times 2 = 16$$

Initiation à la démonstration

I) Notion de démonstration (à partir de l'observation d'une image) :



II) Notion de démonstration (à partir d'un texte) :

L'inspecteur est rapidement arrivé au manoir sur les lieux du cambriolage. Tous les bijoux de la comtesse de Mauponrant ont été volés.

Seules trois personnes étaient présentes au moment des faits et ont pu commettre le délit. Il s'agit d'Edouard, le jardinier de la propriété, de la servante Eugénie et de Marcel le chauffeur de la Mercedes de la comtesse.

Le détective a trouvé sur le tapis du salon un agenda tout près du coffre-fort. A la date de la veille, on pouvait y lire « rendez-vous pour une coupe chez Lorenzo à 15h00 ». Or, Lorenzo est bien connu. C'est le coiffeur pour hommes du village de Mauponrant. De plus, sur le coffre-fort lui-même, l'inspecteur a découvert un sécateur maculé de terre. Il avait manifestement été oublié et avait servi à crocheter la serrure du coffre.

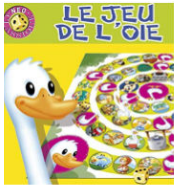
L'inspecteur pense que le coupable est le jardinier. Il doit à présent le prouver, le démontrer à son supérieur. Aidez-le !



Démontrons que le jardinier est le coupable

Je sais qu'on a trouvé un agenda comportant un rendez-vous chez un coiffeur pour hommes
 donc le coupable est un homme (ce sont les hommes qui vont chez les coiffeurs pour hommes)
 de plus, un sécateur a été utilisé lors du vol
 donc le coupable pratique le jardinage (le sécateur est un outil de jardinage)
 par suite, le coupable est le jardinier (c'est un homme pratiquant le jardinage)

III) Jeu de l'oie (chainons déductifs) :



Règles du jeu de l'oie

Propriété 1 : Celui qui au départ amène le plus de points commence.

Propriété 2 : Si on est sur la case départ et que l'on amène un 6 et un 3 alors on va à la case 26.

Propriété 3 : Si on est sur la case départ et que l'on amène un 4 et un 5 alors on va à la case 53.

Propriété 4 : Dans les autres cas si on n'est pas sur la case départ, on avance d'un nombre de pas égal au total des points.

Je sais qu'	au départ, Stéphanie obtient 5 et 6, Pauline obtient 3 et 4 et Typhaine obtient 1 et 2.
Donc	
propriété	

Je sais que ...	Stéphanie est sur la case départ et obtient 6 et 3.
Donc	
propriété	

Je sais que ...	Typhaine est sur la case départ et obtient 4 et 5.
Donc	
propriété	

Je sais que ...	Pauline est sur la case départ, elle porte une robe bleue et obtient 4 et 5.
Donc	
propriété	

Je sais que ...	Stéphanie est sur la case 7 et obtient un 6 et un 3.
Donc	
propriété	

IV) Premier exercice :

(d_1) est perpendiculaire à (d_3) et (d_2) est perpendiculaire à (d_3) .

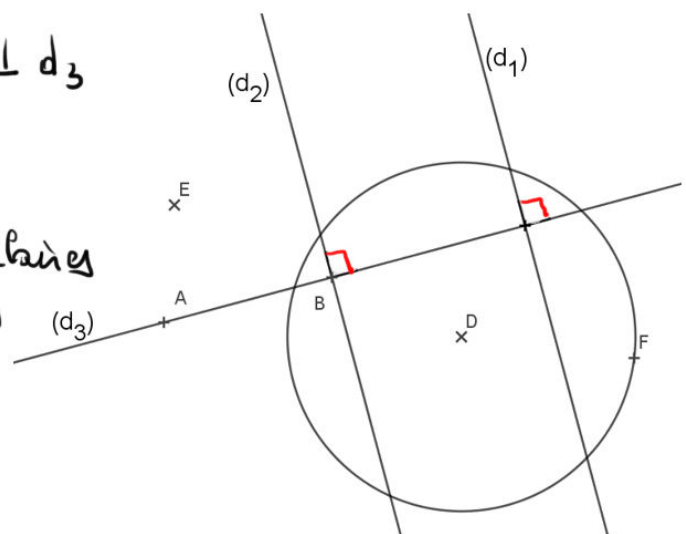
Démontrer que (d_1) et (d_2) sont parallèles.

Démontrons que (d_1) et (d_2) sont parallèles

Je sais que $(d_1) \perp (d_3)$ et $(d_2) \perp (d_3)$

donc $(d_1) \parallel (d_2)$

(Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles)

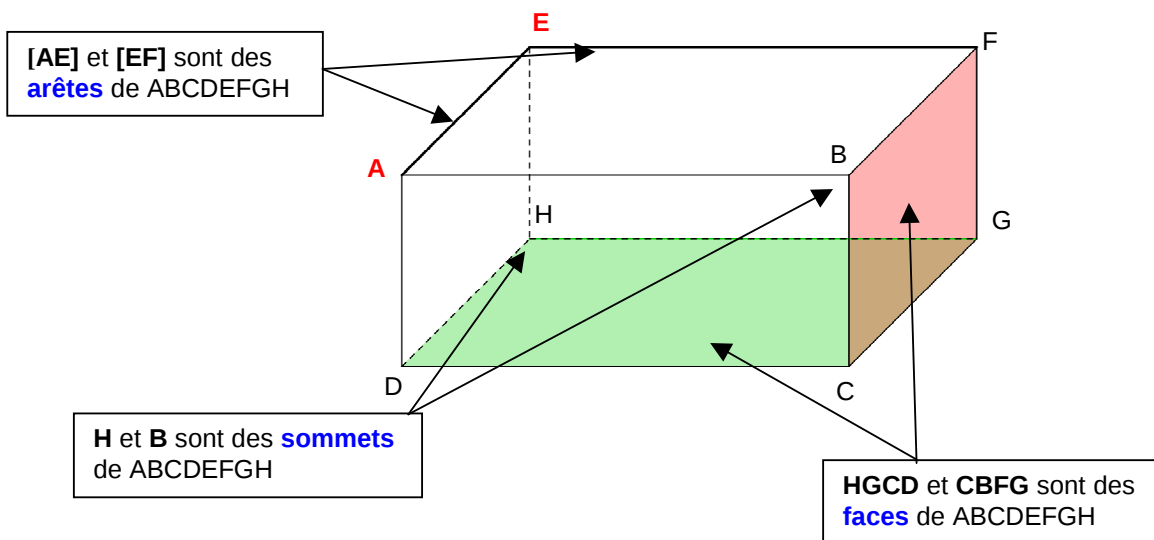


Géométrie dans l'espace - le pavé droit

I) Parallélépipède rectangle :

Définition : Un **pavé droit** (ou **parallélépipède rectangle**) est un solide formé de 6 faces rectangulaires.

Pour nommer les sommets, on commence par les sommets d'une face et on poursuit, en reprenant le même ordre, par les sommets de la face parallèle ! On peut nommer le pavé droit ci-dessous **ABCD****EFGH** ou **BFGCAEHD**....



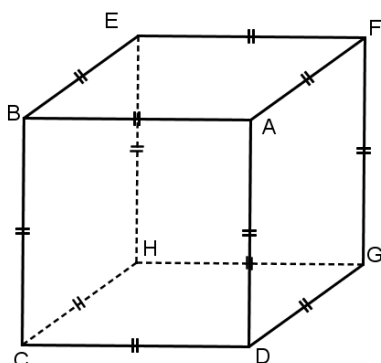
propriétés :

- ▶ un **pavé droit** possède 8 sommets, 6 faces et 12 arêtes.
 - ▶ un **pavé droit** a 3 dimensions (sa **longueur**, sa **largeur**, sa **hauteur**).
 - ▶ les **faces opposées** sont **parallèles**. ex : AEHD et BFGC
 - ▶ deux **faces non opposées** sont **perpendiculaires**. ex : AEHD et EFGH
 - ▶ deux **arêtes parallèles** ont la **même longueur**. ex : [BF] et [CG]
 - ▶ deux **arêtes ayant une extrémité commune** sont **perpendiculaires**.
- ex : [AD] et [AE] ou [BC] et [CG]

au fait, avez vous déjà vu un film en 3D ?



Cas particulier : le cube est un pavé droit dont les 6 faces sont des carrés



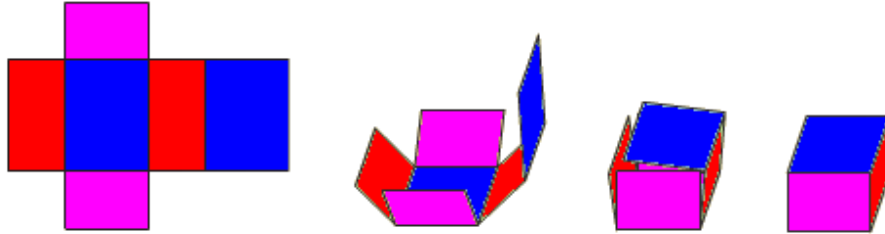
toutes les arêtes de ABCDFEHG ont la même longueur !



II) Patron d'un pavé droit :

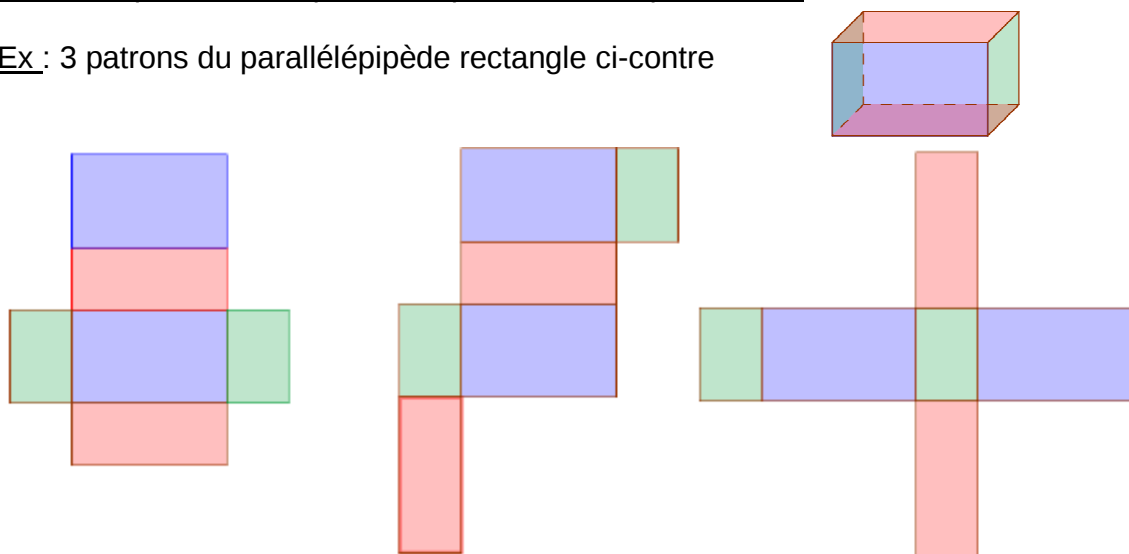
Définition : Le **patron d'un solide** est un dessin permettant de réaliser ce solide après **découpage et pliage** (sans que des parties du dessin ne se superposent)

Ex :



Plusieurs patrons sont possibles pour le même pavé droit :

Ex : 3 patrons du parallélépipède rectangle ci-contre



III) Perspective cavalière :

Depuis le début de ce chapitre, les solides ont été représentés pour donner l'impression de les voir dans l'espace. Pour cela, on les a représentés en perspective.



fresque égyptienne
(500 ans avant Jésus Christ)

sans perspective



Raphaël
(16ème siècle)

perspective à un point de fuite



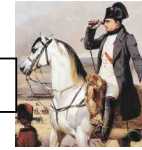
peinture japonaise
(16ème siècle)

perspective **cavalière**

Il faut donner l'illusion qu'on a bien dessiné un solide sur la feuille.
Comme dans certains films de cinéma ou jeux vidéo 3D !! La feuille n'a que deux dimensions (sa longueur et sa largeur) et nous voulons représenter un objet en 3 dimensions !!



Certains disent que c'est la vue qu' a un cavalier du haut de son cheval



La **perspective cavalière** est la manière la plus utilisée par les mathématiciens (davantage de propriétés géométriques sont respectées).

Pour représenter un **pavé droit** en perspective cavalière :

- la **face avant** (située devant nos yeux) est représentée **en vraie grandeur**
- les **arêtes parallèles** sont représentées par des **segments parallèles**
- les **longueurs** des arêtes reliant les faces avant et arrière (**arêtes fuyantes**) sont **réduites** (en général de moitié)
- les **arêtes fuyantes** font un angle (de 30, 45° ou...) avec **la face avant** (et non pas 90° comme dans la réalité)
- les **arêtes cachées** sont représentées **en pointillés**

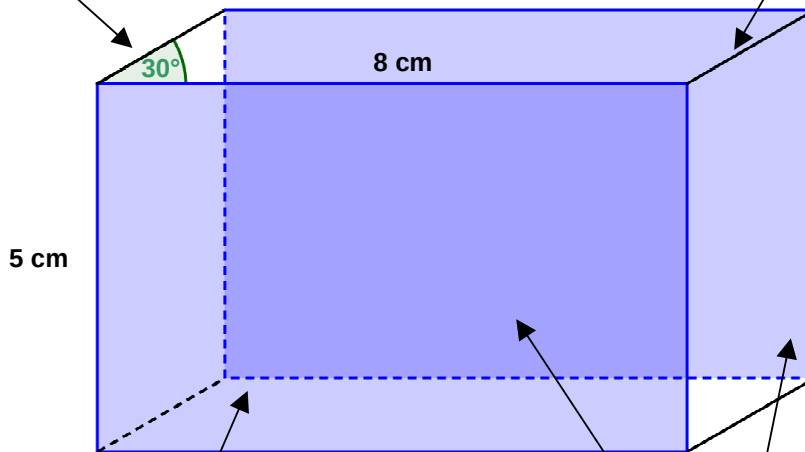
l'astuce : on «triche» en inclinant ces arêtes dites de fuite ou (fuyantes)

Représentons un parallélépipède rectangle de dimensions 8 cm, 5 cm, 4 cm :



arête fuyante (30° avec la face avant)

arête fuyante (2cm au lieu de 4cm)



arête cachée en pointillés

faces avant et arrière
en vraie grandeur

IV) Volume d'un pavé droit :

a) unités de volumes :

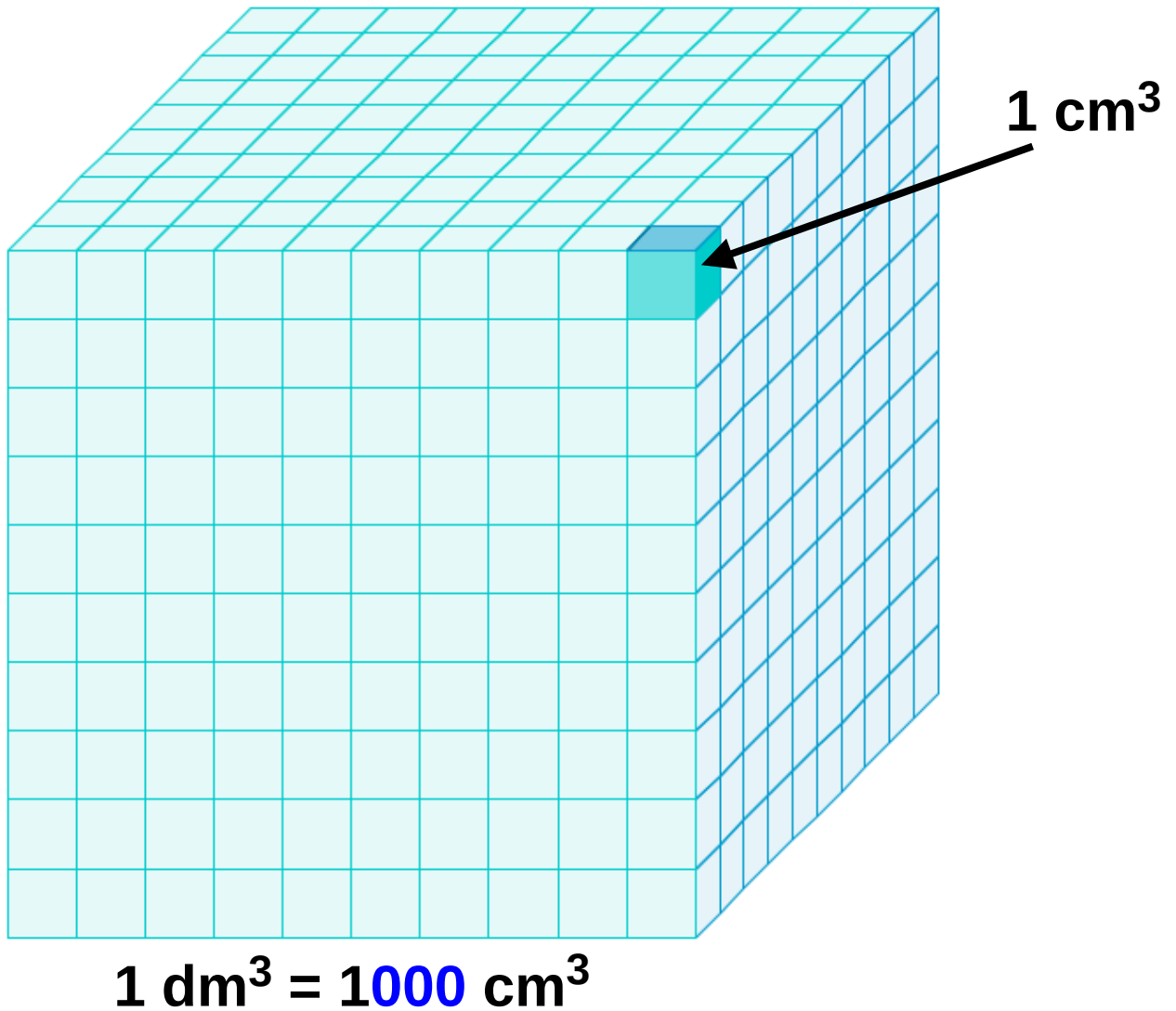
L'**unité de volume** utilisée a la forme d' **un cube**.

L'unité de volume officielle (système international) est le **mètre cube** (on le note **m³**)

Il existe d'autres unités de volume :

Ex : le **décimètre cube** (cube de 10cm de côté)

un **décimètre cube** = **1000** centimètres cubes



kilomètre cube km ³			hectomètre cube hm ³			décamètre cube dam ³			mètre cube m ³			décimètre cube dm ³			centimètre cube cm ³			millimètre cube mm ³		
												hL	daL	L	dL	cL	mL			
								0	4	3	5	6								
					3	7														

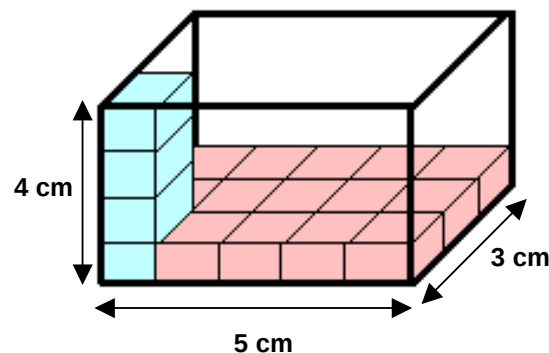
$$435,6 \text{ m}^3 = 0,4356 \text{ dam}^3 = 435\,600 \text{ L (litres)} \quad 3,7 \text{ hm}^3 = 3700 \text{ dam}^3 = 37\,000\,000 \text{ hL}$$

Le litre, le décilitre, le millilitre sont des unités de **capacité**. On dira plus volontiers **qu'une bouteille contient un litre** de jus de fruit qu'un décimètre cube !

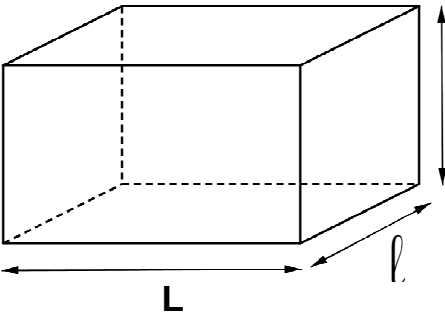
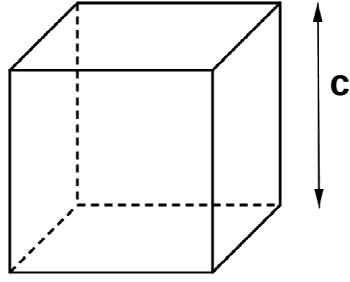


b) volume d'un parallélépipède rectangle:

Calculons le volume d'un parallélépipède rectangle de dimensions 5cm, 4cm, 3cm



Le pavé droit contiendra **exactement 5 x 3 x 4 cubes** de 1cm de côté.
Le **volume V** est donc égal **60 cm³**.

	Pavé droit quelconque	Cube
		
Volume V	$V = L \times l \times h$	$V = c \times c \times c = c^3$
Exemples	<u>Volume d'un pavé droit de dimensions 5cm, 3cm, 2cm :</u> $V = 5 \times 3 \times 2 = 30 \text{ cm}^3$	<u>Volume d'un cube dont les côtés mesurent 4 cm:</u> $V = 4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64 \text{ cm}^3$

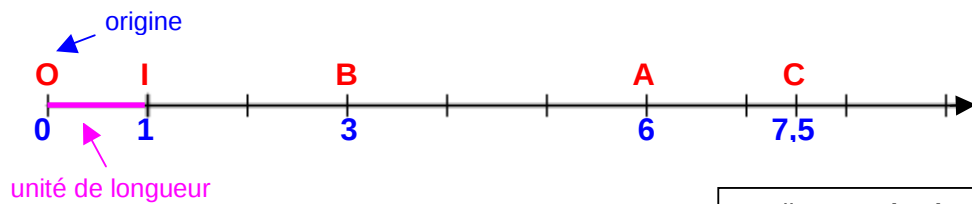
Repérage sur une demi-droite graduée – Comparaison de décimaux

I) Demi-droite graduée :

définition : une demi-droite graduée d'**origine** O est une demi-droite sur laquelle on choisit **une unité de longueur** reportée régulièrement depuis l'origine.

propriétés :

- ▶ chaque point de la demi-droite est **repéré** par un nombre appelé **abscisse** de ce point.
- ▶ à **chaque nombre** correspond **un point**.



on dit «**une abscisse**». C'est un nom féminin !

l'abscisse du point A est 6. On écrit : A(6)

le point C a pour abscisse 7,5. On écrit : C(7,5)



II) Comparaison de nombres décimaux :

définition : comparer deux nombres, c'est dire s'ils sont **égaux** ou si l'un est **plus petit** ou **plus grand** que l'autre.

Ex :

$$6,70 = 6,7$$

«6,70 est égal à 6,7»

$$6,4 < 7,8$$

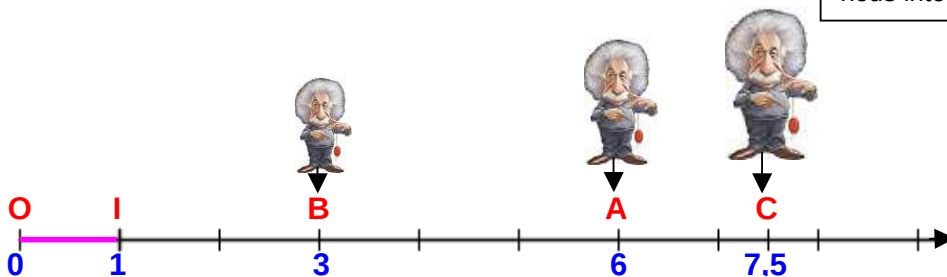
«6,4 est inférieur à 7,8»
«6,4 est plus petit que 7,8»

$$8,2 > 4,67$$

«8,2 est supérieur à 4,67»
«8,2 est plus grand que 4,67»

Techniques :

- à l'aide d'une demi-droite graduée :



On place les points admettant pour abscisses les nombres qui nous intéressent.



B est **plus proche de l'origine** que C donc $3 < 7,5$

- à l'aide de leur partie entière et de leur partie décimale :

Cas 1: parties entières différentes

Il suffit de comparer les parties entières !

$$14,78 > 12,87$$

$$14 > 12 \text{ donc } 14,78 > 12,87$$

Cas 2: même partie entière

On s'arrête à la première décimale différente !

$$45,786 > 45,769$$

$$8 > 6 \text{ donc } 45,786 > 45,769$$

Ex: Comparons 5,271 et 5,2764 →

- les parties entières sont identiques
- les chiffres des dixièmes sont identiques
- les chiffres des centièmes sont identiques
- les chiffres des millièmes sont différents
 $1 < 6$ donc $5,271 < 5,2764$

III) Classement de nombres décimaux :

définition :

- Ranger les nombres dans l'ordre croissant ;
c'est les ranger du plus petit au plus grand
- Ranger les nombres dans l'ordre décroissant ;
c'est les ranger du plus grand au plus petit

Ex: $13,6 < 14,76 < 17,5$ ← les nombres sont rangés dans l'ordre croissant
 $17,5 > 14,76 > 13,6$ ← les nombres sont rangés dans l'ordre décroissant

IV) Encadrer un nombre, intercaler un nombre :

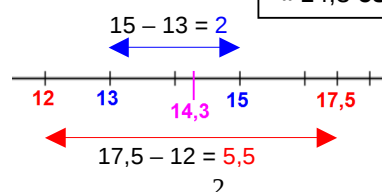
définition :

- Encadrer un nombre,
c'est trouver deux nombres, un plus petit et un autre plus grand que ce nombre.

Ex: Voici deux encadrements de 14,3 :

1. $12 < 14,3 < 17,5$

2. $13 < 14,3 < 15$



cet encadrement se lit :
« 14,3 est compris entre 12 et 17,5 »



le deuxième encadrement est plus précis. Son amplitude est 2 alors que l'amplitude du premier est 5,5.

définition :

- **Intercaler** un nombre entre deux autres,
c'est trouver un nombre **compris entre les deux nombres**

Ex: Intercalons de deux façons un nombre entre 8 et 10

$$8 < 8,4 < 10$$

on a intercalé 8,4 entre 8 et 10

$$8 < 9,7 < 10$$

on a intercalé 9,7 entre 8 et 10

Ex:

Voici trois encadrements du nombre 36,754 :

	Encadrement	amplitude de l'encadrement
à l'unité près (à 1 près) :	$36 < 36,754 < 37$	1
au dixième près (à 0,1 près) :	$36,7 < 36,754 < 36,8$	0,1 ou $\frac{1}{10}$
au centième près (à 0,01 près) :	$36,75 < 36,754 < 36,76$	0,01 ou $\frac{1}{100}$

36,75 et 36,76 sont **des valeurs approchées** de 36,754 **au centième près !**

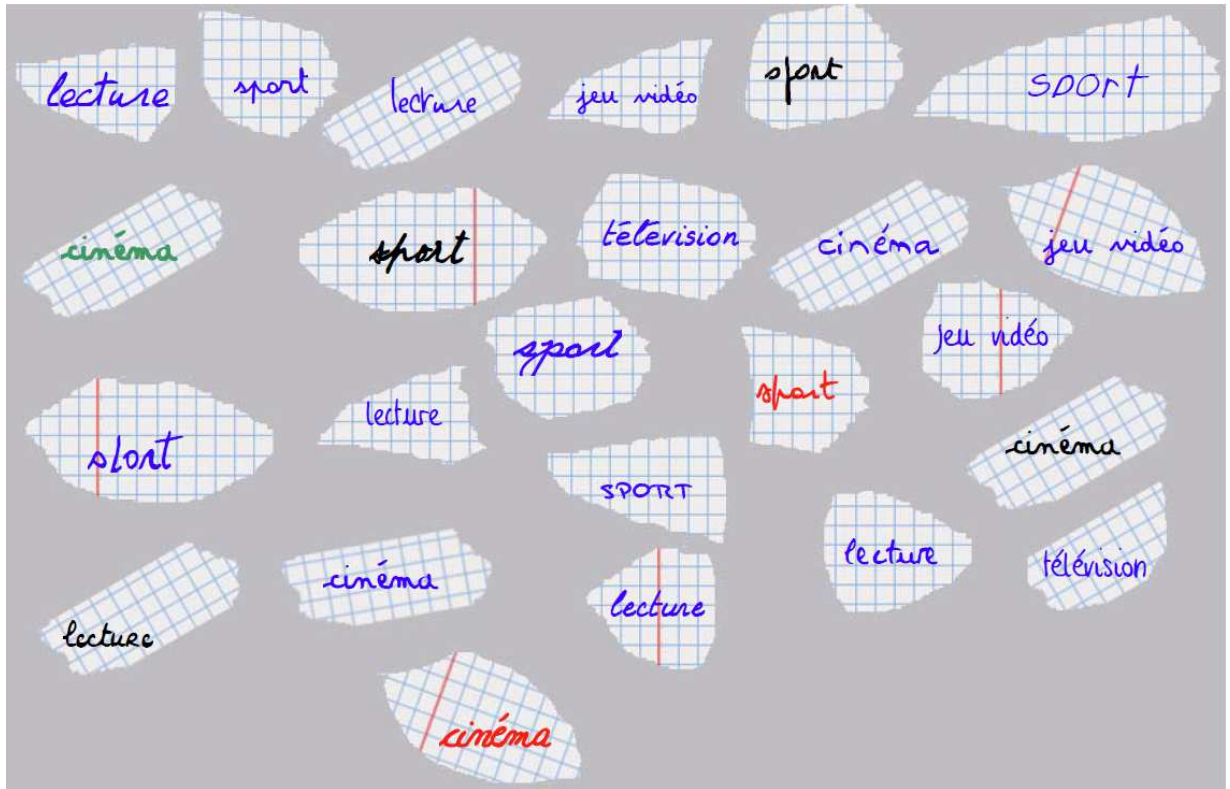


Organisation et représentation de données

I) Notion de « données » :

Julien veut connaître les loisirs préférés de ses camarades de sa classe de 24 élèves. Il fait une petite enquête auprès de ses camarades et demande à chacun de noter sur un bout de papier son activité préférée.

Voici le résultat :



En fait, sans le savoir, Julien veut faire une **étude statistique**.

Il a rassemblé des **données** (les loisirs préférés) et veut présenter les résultats de façon compréhensible à ses camarades.

On dit qu'il veut **exploiter** les données obtenues.

Quel est le **loisir le plus choisi** ? Quels sont les loisirs préférés majoritairement par les filles ou les garçons ? Ce n'est pas facile de faire un classement des loisirs préférés ! Julien va devoir **présenter efficacement les données** pour les **exploiter** plus facilement !!



II) Tableaux:

a) **tableaux simples** : Pour rassembler les données de manière pratique, il est possible de les présenter sous forme de tableaux.

Présentons les données obtenues par Julien :

loisir préféré	jeu vidéo	télévision	cinéma	sport	lecture
effectif	3	2	5	8	6

l'**effectif indiqué** est ici le **nombre d'élèves** ayant le cinéma comme loisir préféré



b) **tableaux à double entrée** : Il existe des tableaux plus complexes comme les tableaux à double entrée

Par exemple, Julien pourrait compléter son étude statistique avec ce tableau :

	loisir préféré				
	jeu vidéo	télévision	cinéma	sport	lecture
Filles	1	0	4	4	4
Garçons	2	2	1	4	2
Total	3	2	5	8	6

Grâce à ce tableau à double entrée, Julien exploite mieux les données et tire des conclusions :

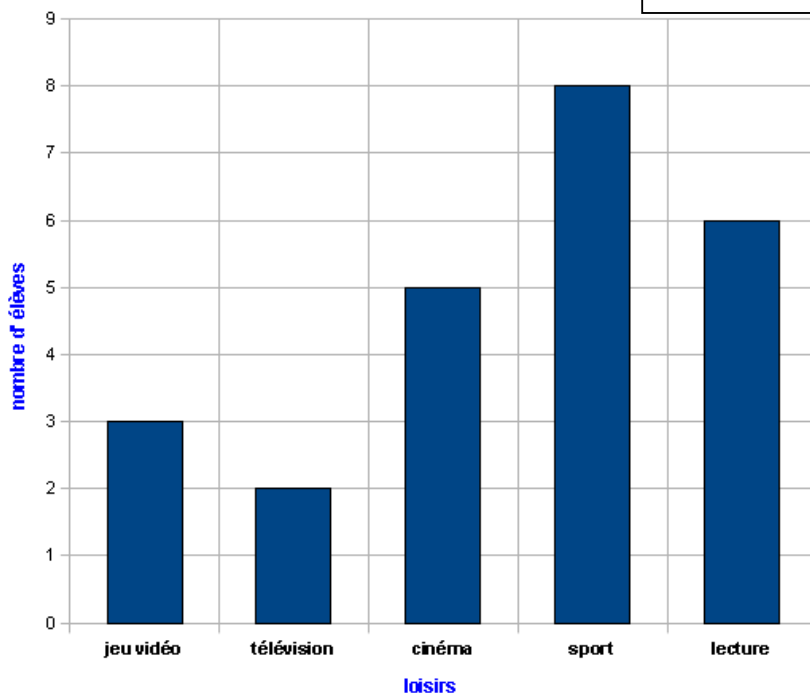
- 2 garçons de la classe préfèrent le jeu vidéo !
- 8 élèves de la classe préfèrent le sport !
- 4 filles de la classe préfèrent le cinéma !
- il y a autant de filles que de garçons qui préfèrent le sport.



III) Différentes représentations (graphiques):

a) **Diagramme en bâtons** :

les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux nombres d'élèves !



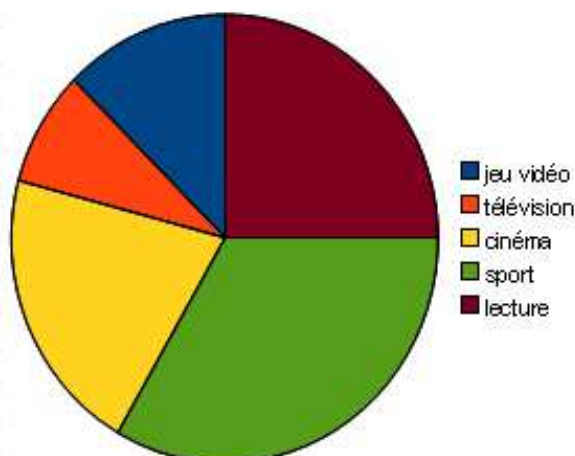
les diagrammes à bâtons (ou à barres) permettent de comparer facilement des données.

b) Diagrammes circulaires ou semi-circulaires :

je vois immédiatement que la partie la plus importante correspond au sport. Cette activité est le loisir préféré des élèves !



les diagrammes circulaires ou semi-circulaires permettent de visualiser la répartition des données suivant plusieurs catégories.

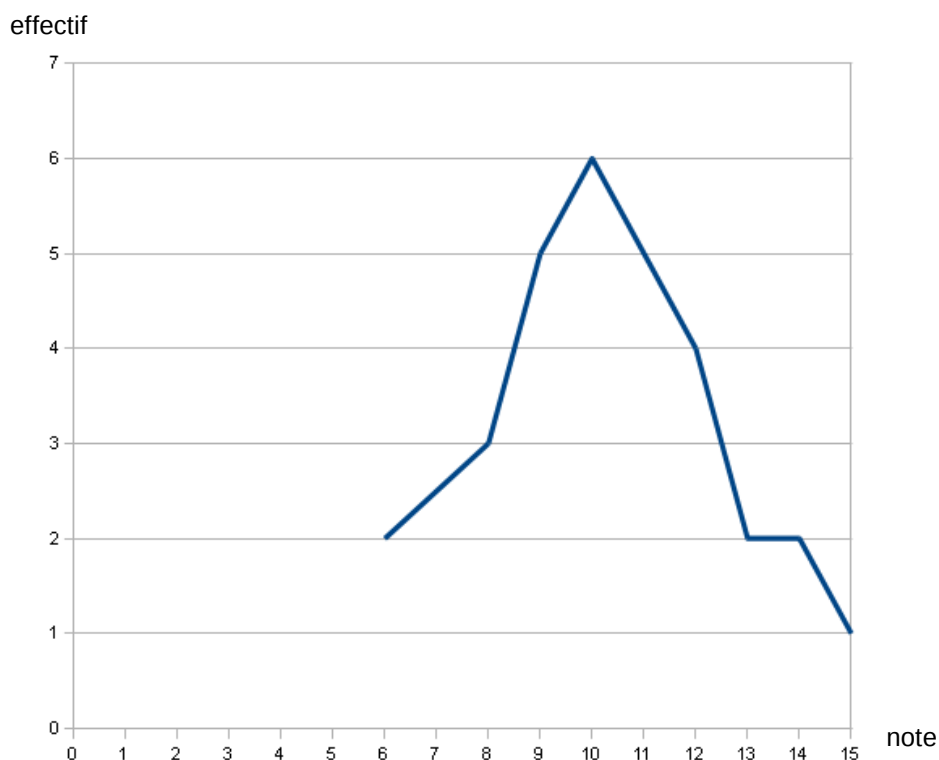


c) Graphique cartésien :

Exemple : Julien a fait une nouvelle étude statistique. Il a recueilli les moyennes de tous les élèves de sa classe. Il obtient ce tableau.

note	6	8	9,5	10	12	13,5	14	15
effectif	2	3	5	6	4	2	2	1

On peut représenter ces données sur un **graphique cartésien**

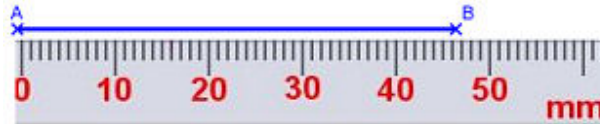


Les graphiques cartésiens sont utiles pour observer l'évolution d'une grandeur par rapport à une autre.

Périmètres

Rappels :

définition : la **longueur** est la mesure d'une ligne, d'un segment.



4,7 cm

X 10

47 mm

J'ai mesuré la longueur AB avec deux unités différentes : le centimètre et le millimètre.



Il existe d'autres unités de longueur :

kilomètre km	hectomètre hm	décamètre dam	mètre m	décimètre dm	centimètre cm	millimètre mm
		7	8	6		
0	0	5	2			

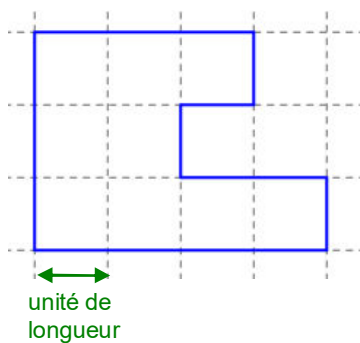
$$7,86 \text{ dam} = 78,6 \text{ m} = 786 \text{ dm}$$

$$52 \text{ m} = 5,2 \text{ dam} = 0,52 \text{ hm} = 0,052 \text{ km}$$

I) Périmètres :

définition : Le **périmètre** d'une figure est la **longueur de son contour**.

Ex :



Le périmètre de cette figure est de 16 unités de longueur.

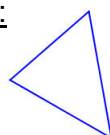


a) périmètre d'un polygone :

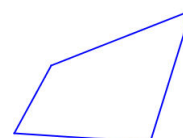
rappel :

un **polygone** est une **ligne brisée fermée**

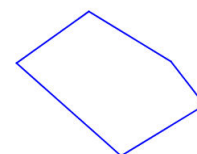
Ex :



un triangle
(3 côtés)



un quadrilatère
(4 côtés)

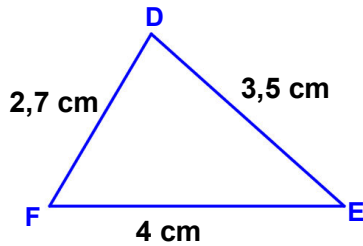


un pentagone
(5 côtés)

propriété :

le **périmètre d'un polygone** est la **somme des longueurs de ses côtés**.

Ex :



Le **périmètre** de DEF est :

$$DE + FE + FD = 3,5 + 4 + 2,7 = \mathbf{10,2 \text{ cm}}$$

b) périmètre d'un rectangle, d'un carré :

	Carré	Rectangle
Périmètre P	$P = 4 \times c$	$P = (2 \times L) + (2 \times l)$ $= 2 \times (L + l)$
Exemples	Périmètre d'un carré de côté 3cm : $P = 4 \times 3 = 12 \text{ cm}$	Périmètre d'un rectangle de longueur 7cm et de largeur 3cm : $P = 2 \times (7 + 3) = 2 \times 10 = 20 \text{ cm}$

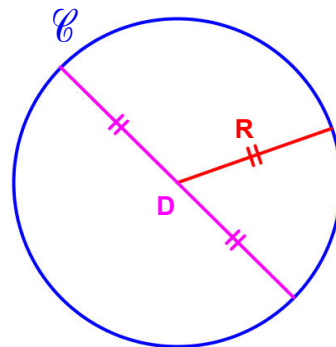
c) longueur (ou périmètre) d'un cercle :

propriété : la **longueur L** d'un cercle $\mathcal{C}$ de diamètre **D** s'obtient en **multipliant le nombre pi** (noté π) par le **diamètre du cercle**.

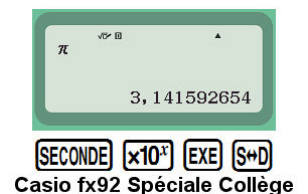
$$L = \pi \times D$$

Le **diamètre** est le **double du rayon** donc :

$$L = 2 \times \pi \times R$$



π est une lettre de l'**alphabet grec**.
Ce n'est pas un nombre décimal,
on peut seulement en donner des **valeurs approchées** : 3,1415... (on prend en général la valeur approchée au centième : 3,14).



Ex :

- Longueur d'un cercle de **diamètre 3 cm** :

$$L = \pi \times 3 \approx 3,14 \times 3 \approx \mathbf{9,42 \text{ cm}}$$

Attention, la valeur de π est approchée !
J'utilise " $\approx$ " qui se lit "**est environ égal à**"



- Longueur d'un cercle de **rayon 4,2 cm** :

$$L = 2 \times \pi \times 4,2 \approx 2 \times 3,14 \times 4,2 \approx \mathbf{26,376 \text{ cm}}$$

Proportionnalité

I) Notion de proportionnalité :

- Chez le boulanger :

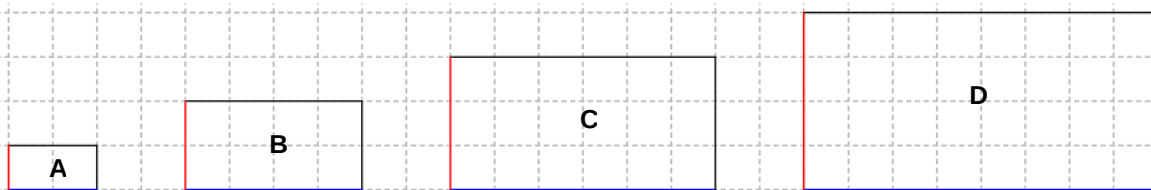
« J'achète 4 baguettes, je paie 3,60 €. Si j'en prends 8, je paierai 7,20 €. »

Cette situation est **proportionnelle**.

« Si j'achète **deux fois plus** de baguettes, je paie **deux fois plus**. »

Le **prix à payer** est **proportionnel** au **nombre de baguettes**.

- En géométrie : Observons ces quatre rectangles.



« Quand la largeur devient **deux fois plus grande**, la longueur devient également **deux fois plus grande** ! »

Les **largeurs** et les **longueurs** de ces 4 rectangles sont proportionnelles

« La largeur du rectangle C est **3 fois plus** grande que celle du rectangle A. La longueur de C est aussi **3 fois plus** grande que celle de A. La situation est proportionnelle ! Les longueurs des rectangles sont proportionnelles aux largeurs ! »



II) Proportionnalité :

définition : **Deux grandeurs** sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent **en multipliant (ou en divisant)** par **un même nombre** les valeurs de l'autre.

Ex : Dans notre première situation, chez le boulanger, les **deux grandeurs** sont le **nombre de baguettes** et le **prix à payer**

: 0,9	Nombre de baguettes	1	3	5	7	x 0,9
	Prix (€)	0,90	2,70	4,5	6,30	

Le **prix à payer** est **proportionnel** au **nombre de baguettes**. La situation est **proportionnelle**. Le tableau est **un tableau de proportionnalité**.

0,9 est le **coefficient de proportionnalité**.

III) Résoudre un problème de proportionnalité :

- Chez le pâtissier :

Ex : Il faut 150 grammes de farine pour réaliser un gâteau pour 4 personnes.
Quelle sera la quantité de farine nécessaire pour un gâteau destiné à 5 personnes ?

Si le gâteau est pour deux fois plus de personnes, il faudra deux fois plus de farine !

La situation est proportionnelle.



Voilà **la première chose** à écrire. Il faut signaler que la situation est proportionnelle !

On peut alors utiliser différentes méthodes pour résoudre le problème :

Méthode 1 : on utilise le **coefficient de proportionnalité**

Quantité de farine (en grammes)	150	
Nombre de personnes	4	5

X

Calculons le coefficient de proportionnalité :

$$150 : 4 = \mathbf{37,5}$$

le coefficient de proportionnalité est 37,5 !



Calculons la quantité de farine nécessaire pour un gâteau de 5 personnes :

$$5 \times \mathbf{37,5} = \mathbf{187,5 \text{ g}}$$

La quantité de farine nécessaire est **187,5 g**.

Méthode 2 : on utilise le **passage à l'unité**

Pour faire un gâteau à **4 personnes**, il faut **150g** de farine

on dit aussi le « la règle de **trois** »
(le procédé se déroule en **trois** étapes)

Pour faire un gâteau à **1 personne** il en faut **4 fois moins** soit $\frac{\mathbf{150}}{\mathbf{4}} = \mathbf{37,5 \text{ g}}$



Pour faire un gâteau à **5 personnes**, il faut **5 x 37,5 = 187,5 g**

La quantité de farine nécessaire est **187,5 g**.

Méthode 3 : on utilise le **tableau de proportionnalité** « horizontalement ».

a) multiplication d'une quantité par un nombre :

Quantité de farine (en grammes)	150	
Nombre de personnes	4	5

X

Calculons le coefficient permettant de passer de 4 personnes à 5 personnes :

$$5 : 4 = \mathbf{1,25}$$

Calculons la quantité de farine nécessaire pour un gâteau de 5 personnes :

Il y a **1,25 fois plus** de personnes donc il faut **1,25 fois plus** de farine donc,

$$150 \times 1,25 = \mathbf{187,5 \text{ g}}$$

La quantité de farine nécessaire est **187,5 g**.

b) additivité de la proportionnalité :

			$150 + 187,5 = \dots$
Quantité de farine (en grammes)	150	187,5	
Nombre de personnes	4	5	9
			$4 + 5 = 9$

Quand les valeurs du tableau s'y prêtent, on peut utiliser l'addition.

Dans un tableau de proportionnalité, la somme des valeurs de deux grandeurs d'une rangée est égale à la somme des grandeurs correspondantes sur l'autre rangée.

Calculons la quantité de farine nécessaire pour un gâteau de 9 personnes :

On sait que pour **4** personnes, il faut 150g et que pour **5** personnes il faut 187,5 g.

Or, $9 = 4 + 5$.

Pour déterminer la quantité de farine nécessaire pour un gâteau de 9 personnes, on effectue donc :

$$150 + 187,5 = \mathbf{337,5 \text{ g}}$$

La quantité de farine nécessaire est **337,5 g**

IV) Pourcentage :

Chez le crémier :

« J'achète un yaourt à 20% (vingt pour cent) de matière grasse ».

Cela signifie que dans 100g de ce yaourt, il y a 20g de matière grasse.

La quantité de matière grasse est proportionnelle à la quantité de yaourt



Le taux de pourcentage est 20% ou $\frac{20}{100}$

propriété : Appliquer un taux de pourcentage à un nombre, c'est multiplier ce nombre par le taux de pourcentage

Ex : Calculons la quantité de matière grasse dans un pot de 125 g ?

On applique le taux de pourcentage : $125 \times \frac{20}{100} = 125 \times 0,2 = 25$ g

Prendre 50% d'une quantité, c'est en prendre la moitié. (on divise par 2)
Prendre 25% d'une quantité, c'est en prendre le quart. (on divise par 4)
Prendre 10% d'une quantité, c'est en prendre le dixième. (on divise par 10)
Ex : Calculons 25% de 28 € : $28 : 4 = 7$ €



Symétrie axiale

(symétrie par rapport à une droite)

I) Figures symétriques – axes de symétrie:

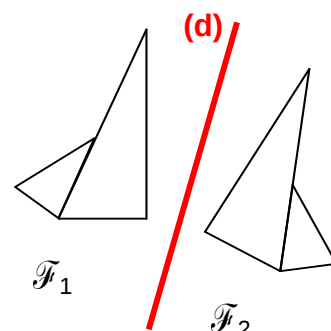
définition : Deux figures sont **symétriques par rapport à une droite (d)** si ces deux figures **se superposent par pliage** le long de cette droite.

on peut alors dire :

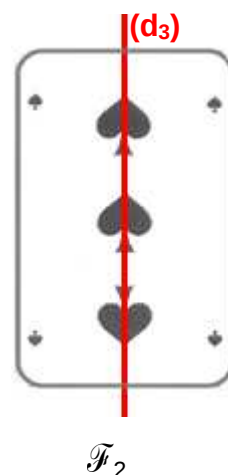
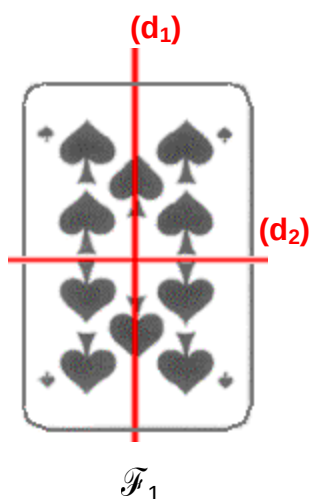
$\mathcal{F}_1$ est la symétrique de $\mathcal{F}_2$ par rapport à la droite (d)
ou

$\mathcal{F}_2$ est la symétrique de $\mathcal{F}_1$ par rapport à la droite (d)
ou

les figures $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ sont symétriques par rapport à la droite (d)



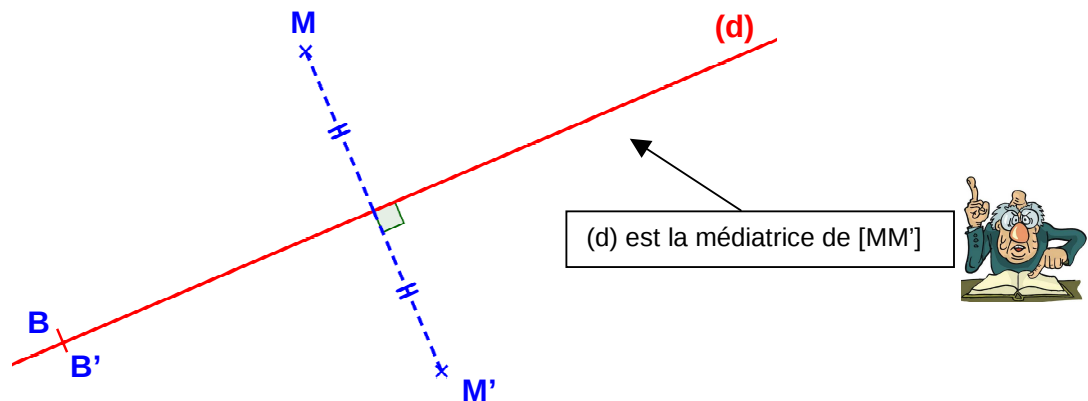
définition : Une droite est un **axe de symétrie** d'une figure $\mathcal{F}$ si la figure symétrique de $\mathcal{F}$ par rapport à la droite est la figure $\mathcal{F}$ elle même.



- $\mathcal{F}_1$ a deux axes de symétrie : d_1 et d_2
- d_3 est l'axe de symétrie de $\mathcal{F}_2$

II) Symétrique d'un point :

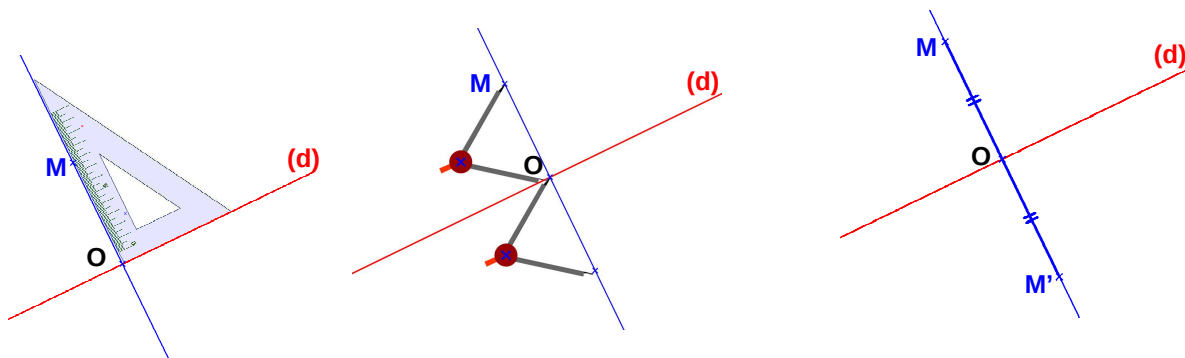
Définition : Le symétrique d'un point **M** par rapport à une droite **d** est le point **M'** tel que **la droite d est perpendiculaire au segment [MM'] et le coupe en son milieu.**



- M' est le **symétrique** de M par rapport à la droite (d)
- B appartient à la droite (d). Son **symétrique** B' par rapport à (d) est **lui même**

Tracer le symétrique d'un point : Traçons le symétrique M' de M par rapport à (d)

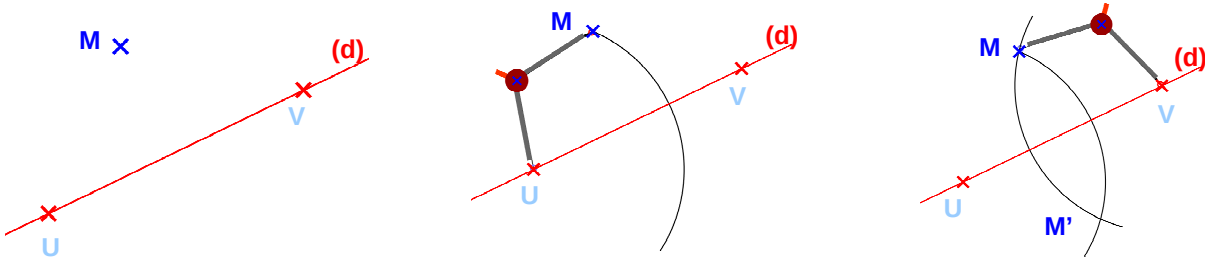
méthode 1 – avec l'équerre et le compas – :



- Je trace la perpendiculaire à (d) passant par M. Elle coupe (d) en O.
- Sur cette perpendiculaire, je place M' tel que $OM = OM'$
- M' est le symétrique de M par rapport à (d)



méthode 2 – avec le compas – :

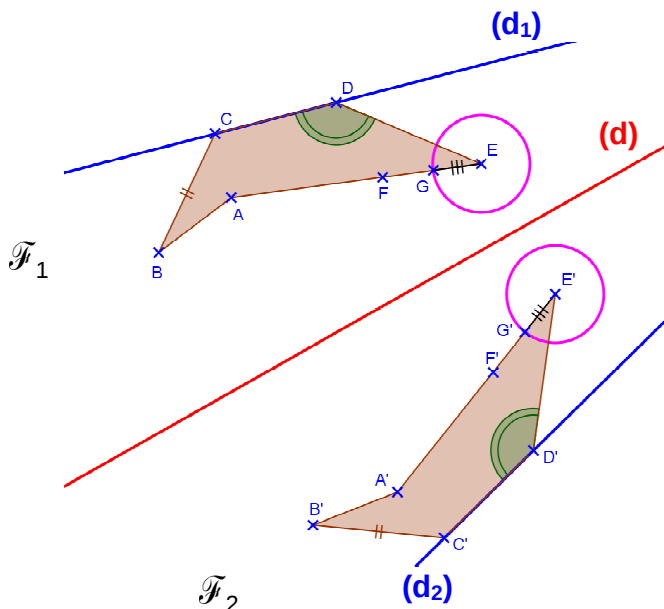


- Je place deux points U et V sur (d).
- Je trace un arc de cercle de centre U passant par M.
- Je trace un arc de cercle de centre V passant par M. Les deux arcs de cercle se coupent alors en M'.



III) Propriétés de la symétrie axiale : propriétés :

Soient deux figures $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ symétriques par rapport à une droite (d)



-les **symétriques** de **points alignés** sont **alignés**
A, F, G, E sont alignés et A', F', G', E' sont alignés

-le **symétrique** d'un **segment** est un segment de **même longueur**
 $BC = B'C'$

-la **symétrique** d'**une droite** est **une droite**
(d₁) a pour symétrique (d₂)

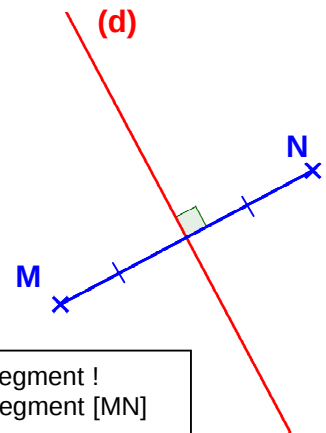
-le **symétrique** d'un **cercle de centre E** est un cercle de **même rayon** dont **le centre est le symétrique de E**

-les **mesures d'angles** symétriques sont **égales**
 $\widehat{EDC} = \widehat{C'D'E'}$

-les **aires de figures** symétriques sont **égales**
l'aire du polygone ABCDE est égale à l'aire de A'B'C'D'E'

IV) La bissectrice et la médiatrice sont deux axes de symétrie :

Propriété : la **médiatrice** d'un segment est un **axe de symétrie** de ce segment



attention, ce n'est pas le seul axe de symétrie du segment !
La droite (MN) est un second axe de symétrie du segment [MN]

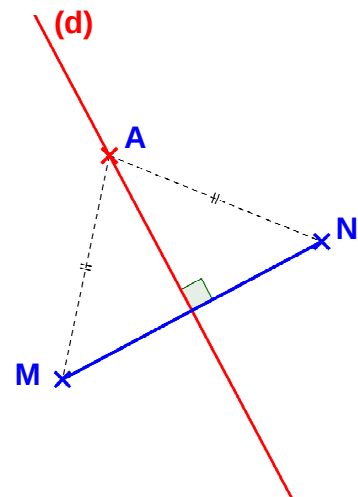
propriété : Si un **point appartient à la médiatrice** d'un segment **alors** il est à **la même distance des extrémités** du segment.

A appartient à la **médiatrice** de [MN]

Donc **$AM = AN$**



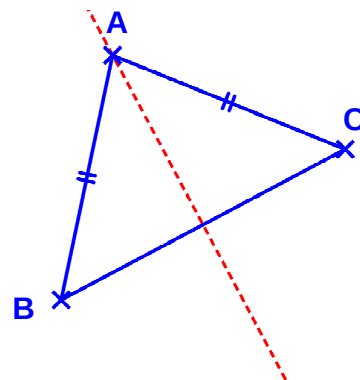
On peut dire que A est **équidistant** de M et N



propriété : Si un **point** est à **la même distance des extrémités** d'un segment **alors** il **appartient à la médiatrice** du segment.

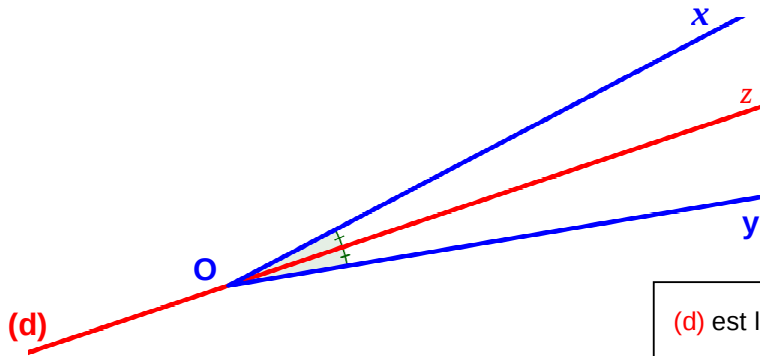
Dans le triangle ABC, **$AB=AC$**

Donc A appartient à la **médiatrice** de [BC]



propriété :

la droite portant la **bissectrice** d'un angle est l' **axe de symétrie** de cet angle



(d) est l'axe de symétrie de l'angle $\widehat{xOy}$
[Oz) est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$

